ESERCIZIO 1: Dire, motivando la risposta, se le seguenti serie convergono:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2+4}{n-2} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n+7}{1+3n} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n(n+1)}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3n+4}{5+n} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1+2n}{2n^2+3} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n+2}{3n+1}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n+3}{n^3+n^2+4} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{2n(2n+2)} \qquad \sum_{n=0}^{+\infty}2^n e^{-n}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2n}{1+n} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{5+3n^3}{7n^2-1} \qquad \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{6+n}{n+3}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n+3}{n^2-5} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4n+1}{5+4n^3} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3n+1}{5+n}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^n-1}{3^n} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2+3}{2+n^3} \qquad \sum_{i=1}^{+\infty}\frac{i^3+6}{4+2i^6}$$

$$\sum_{i=1}^{+\infty}\frac{5^i+2}{4^{2i}} \qquad \sum_{i=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2+1}\right) \qquad \sum_{i=1}^{+\infty}\frac{3^i+4}{2^i}$$

$$\sum_{i=1}^{+\infty}\frac{2^i}{3^{i+2}} \qquad \sum_{n=2}^{+\infty}\frac{2n+3}{3n^2+2n} \qquad \sum_{i=2}^{+\infty}\left(\frac{4i+5}{i^2-1}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2+1}\right) \qquad \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{2n+1}{1+4n} \qquad \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{2n+1}{1+4n}$$

$$\sum_{i=1}^{+\infty}\frac{2+i^3}{5i^2} \qquad \sum_{i=1}^{+\infty}\left(\frac{i^2}{i+2i^3}\right) \qquad \sum_{i=1}^{+\infty}\frac{3^i+4}{2^i}$$

$$\sum_{i=2}^{+\infty}\left(\frac{1}{i+1}-\frac{i}{i-1}\right) \qquad \sum_{i=0}^{+\infty}\left(\frac{i+3}{5+7i^4}\right) \qquad \sum_{i=2}^{+\infty}\left(\frac{i^2+5i+2}{2i^2-6i+3}\right)$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n^2+2n}{5+n^5+3n^3} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n(n+1)}{(n+5)(n+3)} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{2+n+4n^2}{1+2n^4}\right)$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{4^{1-n}+3^n}{3^{2n}} \qquad \sum_{n=3}^{+\infty}\ln\left(\frac{en+1}{n-2}\right) \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2}{n^2}\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n-3}{n^2+1} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{3^n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{e^{2n}}{n^2-5n+2}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1+\frac{5}{n}\right)^n \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4^n+3}{9^{n-2}} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3}{n}-\frac{1}{n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3+2^{n-2}}{3^n} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2+4n}{3n+6n^5-2} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^n+5}{3^{2n}}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3n^{10}+2n^6-4}{5n^3-4n^{10}} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n+3}{1+2n} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\ln\frac{n^2+2n}{3n^5-1}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n+2}{n^3+4}-\frac{2n}{5+n}\right)$$

ESERCIZIO 2: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{n^2}{5n+n^2+3}\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{2n^2\ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{i=1}^{+\infty}a_n$ converge? Perché?

ESERCIZIO 3: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{n+2}{n^3+4}+1\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{n\ln\left(\frac{4+n}{3+n}\right)\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{i=1}^{+\infty}a_n$ converge? Perché?

ESERCIZIO 4: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{4^{n+1}-1}{3^n}\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{3+2n}{2+2n}\right)^{2n}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{i=1}^{+\infty}a_n$ converge? Perché?

ESERCIZIO 5: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{3+2^n}{3^n}\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\left(1+\frac{7}{n^2}\right)^{5n^2}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{i=1}^{+\infty}a_n$ converge? Perché?

ESERCIZIO 6: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{3+3^n}{5^n}\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\left(1+\frac{1}{2+n}\right)^{3n}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}a_n$ converge? Perché?

ESERCIZIO 7: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\{\ln(n^2-3)-\ln(1+n^2)\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\frac{3n^2+2n-5}{3-n}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{i=1}^{+\infty} b_i$ converge? Perché?

ESERCIZIO 8: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\ln\left(\frac{5-3n}{2-n}\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\frac{5+2n}{1+2n+n^2}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{i=1}^{+\infty} a_i$ converge? Perché?

ESERCIZIO 9: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{-3^n+1}{6^{n+1}}\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\frac{n^2+n+1}{(n+1)^2}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{i=1}^{+\infty} a_i$ converge? Perché?

ESERCIZIO 10: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{2^{2n}+1}{3^n}\right)\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\frac{n}{n-1}+\frac{5n^2-4}{6n+2}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge? Perché?

ESERCIZIO 11: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3n^2+4}{1-n}}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$.
La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2-6n+1}{6n^3-4n+2}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 12: Date le successioni $\{a_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{n}{n-1}\right)^n\right\}_{n\in N}$ e $\{b_n\}_{n\in N}=\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3n^2+4}{1+n}}\right\}_{n\in N}$ calcolarne il limite per $n\to+\infty$.
La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2-6n+1}{6n^3-4n+2}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 13: Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^3-1}{(n+1)(n^2+2n)} \qquad \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2n-1}{3-n}}$$

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n+2}{n}\right)^{n+1}$ converge? Perché?

ESERCIZIO 14: Calcolare $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2-5n}{3n+2n^4}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 15: Calcolare $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{3n}$. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4n+3}{n+6n^2}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 16: Calcolare il limite $\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2}{1+2n^3}$. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n^2}{1+2n^3}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 17: Calcolare il limite $\lim_{n\to+\infty}\frac{n}{n^3+2n}$. La serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{n}{n^3+2n}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 18: Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n+5}{n^2-2n+1} \qquad \lim_{x\to2}\frac{x^2+x-2}{x^2-4}$$

La serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1+2^n}{4^n}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 19: Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2-4n^3}{2+n^3} \qquad \lim_{x\to-3}\frac{x+3}{x^2+4x+3}$$

La serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{4^n+1}{3^n}$ converge o diverge? Perché?

ESERCIZIO 20: Calcolare $\lim_{n\to+\infty} n\ln\left(1+\frac{2}{n^3}\right)^{n^2}$ e stabilire, motivando la risposta, se la serie $\sum_{i=1}^{+\infty}e^{-i+1}$ converge.

ESERCIZIO 21: Calcolare $\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{3}{2+n}\right)^{n-1}$ e stabilire, motivando la risposta, se la serie $\sum_{i=1}^{+\infty}\frac{1+3^i}{5^i}$ converge.

ESERCIZIO 22: Stabilire, motivando la risposta, se le seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1+\frac{1}{4n}\right)^{n+1} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^n-4}{3^{n+1}}$$

convergono.

ESERCIZIO 23: Stabilire, motivando la risposta, se le seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\ln\left(\frac{5n+3n^2}{1+2n}\right) \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{5^{n-2}+4}{4^{2n}}$$

convergono.