11 settembre 2023

Esercizio 1 (5 punti)

Determinare, con il metodo desiderato, quali delle seguenti forme proposizionali sono tautologie.

$$((A \to B) \to A) \to A \qquad\qquad (A \to (B \land C)) \leftrightarrow ((A \to B) \lor (A \to C))$$

A	B	$A \to B$	$(A \to B) \to A$	$((A \to B) \to A) \to A$
F	F	V	F	V
F	V	V	F	V
V	F	F	V	V
V	V	V	V	V

Poichè la tabella di verità è costituita solo da V, allora la formula è una tautologia.

$2^{\text{numero di lettere}}$

A	B	C	$A \to B$	$A \to C$	$(A \to B) \lor (A \to C)$	$B \land C$	$A \to (B \land C)$	*
F	F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	F	F
V	V	F	V	F	V	F	F	F
V	V	V	V	V	V	V	V	V

Poichè la tabella di verità non è sempre vera, la formula non è una tautologia.

Esercizio 2 (5 punti)

Tradurre le proposizioni che seguono in forma logica, individuando voi stessi le costanti predicative e individuali necessarie allo scopo. Si cerchi di riusare per quanto possibile le stesse costanti in più di una proposizione.

1. Carla è amica di Giulio
2. Tutti gli amici di Giulio sono anche amici di Laura
3. Esiste un amico di Giulio che non è amico di Carla
4. Tutti gli amici di Carla hanno almeno un amico che è a sua volta amico di Paolo

Specificare inoltre un modello che renda vere tutte le formule e che abbia un dominio costituito da almeno 5 elementi.

Simboli di predicato: $R/2$ che sta per "essere amico di"

Simboli di costanti individuali:

$a \mapsto$ Carla

$b \mapsto$ Giulio

$c \mapsto$ Laura

$d \mapsto$ Paolo

Esercizio 2 (5 punti)

Tradurre le proposizioni che seguono in forma logica, individuando voi stessi le costanti predicative e individuali necessarie allo scopo. Si cerchi di riusare per quanto possibile le stesse costanti in più di una proposizione.

1. Carla è amica di Giulio
2. Tutti gli amici di Giulio sono anche amici di Laura
3. Esiste un amico di Giulio che non è amico di Carla
4. Tutti gli amici di Carla hanno almeno un amico che è a sua volta amico di Paolo

QUANTIFICATORE LIMITATO

Specificare inoltre un modello che renda vere tutte le formule e che abbia un dominio costituito da almeno 5 elementi.

$R/2 \mapsto$ "essere amico di"

$a \mapsto$ CARLA $\quad b \mapsto$ GIULIO

$c \mapsto$ LAURA $\quad d \mapsto$ PAOLO

1. Rab

2. Per ogni x, se x è amico di Giulio allora x è amico di Laura

$$\forall x\ Rxb \to Rxc$$

3. Esiste x tale che x è un amico di Giulio e x non è amico di Carla

$$\exists x\ Rxb \wedge \neg Rxa$$

4. Per ogni x, se x è amico di Carla allora x ha almeno un amico che a sua volta è amico di Paolo

Per ogni x, se x è amico di Carla allora esiste y tale che x è amico di y e $\exists x\, y$ Rexb amico ¬ Rx Paolo

$$\forall x\ (Rxa \to \exists y\ (Rxy \wedge Ryd))$$

Rab

$\forall x\, Rxb \to Rxc$

$\exists x\, Rxb \wedge \neg Rxe$

$\forall x\, (Rxe \to \exists y\, (Rxy \wedge Ryd))$

Specificare inoltre un modello che renda vere tutte le formule e che abbia un dominio costituito da almeno 5 elementi.

APPROCCIO 1 : CERCHIAMO UN MODELLO CHE PARLI DI PERSONE E AMICIZIA

DOMINIO: { CARLA, GIULIO, LAURA, PAOLO, MICHELE }

INTERPRETAZIONE DELLE COSTANTI INDIVIDUALI { $a \mapsto$ CARLA, $b \mapsto$ GIULIO, $c \mapsto$ LAURA, $d \mapsto$ PAOLO }

INTERPRETAZIONE DELLE COSTANTI PREDICATIVE

- PARTIAMO DA INTERPRETAZIONE DI $R = \{\}$ (NESSUNO È AMICO DI NESSUN ALTRO)
- PER RENDERE LA 1° FORMULA (O LA 1° PROPOSIZIONE)

$$\boxed{R = \{ (\text{CARLA}, \text{GIULIO}) \}}$$

- PER RENDERE VERA LA 2° FORMULA

2. Tutti gli amici di Giulio sono anche amici di Laura

$$R = \{ (\text{CARLA}, \text{GIULIO}), (\text{CARLA}, \text{LAURA}) \}$$

- 3. Esiste un amico di Giulio che non è amico di Carla

Già soddisfatta perché CARLA è amica di Giulio, ma Carla non è amica di CARLA

- 4. Tutti gli amici di Carla hanno almeno un amico che è a sua volta amico di Paolo

Già soddisfatta perché non c'è nessuno che è amico di CARLA (le coppie (?, CARLA) non compaiono in R)

APPROCCIO 2: DOMINIO CHE NON HA NIENTE A CHE VEDERE CON LE PROPOSIZIONI INIZIALI

Rab

$\forall x\, Rxb \to Rxc$

$\exists x\, Rxb \wedge \neg Rxa$

$\forall x\, (Rxa \to \exists y\, (Rxy \wedge Ryd))$

DOMINIO = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

INTERPRETAZIONE COSTANTI INDIVIDUALI: $\left\{ \begin{array}{ll} a \mapsto 1 & b \mapsto 2 \\ c \mapsto 3 & d \mapsto 4 \end{array} \right\}$

INTERPRETAZ. PER R $\quad R = \{(1,2), (1,3)\}$

- PARTIAMO DA $R = \{\ \}$
- $Rab \implies$ per renderla vera $\implies R = \{(1,2)\}$
- $\forall x\, Rxb \to Rxc$ $\longrightarrow$ $\boxed{R = \{(1,2), (1,3)\}}$

  $x = 3$: $Rxb \to Rxc$?

  $\underset{F}{R32} \xrightarrow{V} \underset{F}{R33}$

  $x = 1$ $\underset{V}{R12} \xrightarrow{F} \underset{F}{R13}$

- $\exists x\, Rxb \wedge \neg Rxa$ già vera con $x = 1$
- $\forall x\, (Rxa \to \exists y\, (Rxy \wedge Ryd))$

  $x = 1$ Rxa F $\quad Rxa \Leftrightarrow R11$

  $x = 2$ Rxa F $\quad Rxa \Leftrightarrow R21$

24 luglio 2023

Esercizio 1 (5 punti)

Tradurre in forma logica proposizionale la seguente inferenza e verificare se è corretta.

> *Se il Milan vince la partita, allora la Juventus o l'Inter sarà in seconda posizione. Se Juventus e Inter saranno in seconda posizione, allora sarà necessario uno spareggio. Quindi, se il Milan vince, sarà necessario uno spareggio.*

MILAN VINCE LA PARTITA ⇒ A

JUVENTUS SARÀ IN 2ª POSIZIONE ⇒ B

INTER " " " " ⇒ C

SARÀ NECESSARIO UNO SPAREGGIO ⇒ D

$$A \to B \vee C$$

$$B \wedge C \to D$$

$$\overline{}$$

$$A \to D$$

A	B	C	D	$B \vee C$	$A \to B \vee C$	$B \wedge C$	$B \wedge C \to D$	$A \to D$
F	F	F	F	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V	F
V	F	F	V	F	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V	F
V	V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	V	F	V	V	V	F	F
V	V	V	V	V	V	V	V	V

Poiché è possibile che le premesse siano vere ma le conclusione false (vedi pallini rossi) allora le regole di inferenza non è corretta.