

Esercizio 1 (5 punti)

Determinare, con il metodo desiderato, quale delle seguenti forme proposizionali sono tautologie.

$$((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A \quad (A \rightarrow (B \wedge C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C))$$

A	B	$A \rightarrow B$	$(A \rightarrow B) \rightarrow A$	$((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$
F	F	V	F	V
F	V	V	F	V
V	F	F	V	V
V	V	V	V	V

Poiché la tabella di verità è costituita solo da V, allora la formula è una tautologia.

numero di lettere

A	B	C	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$	$B \wedge C$	$A \rightarrow (B \wedge C)$	*
F	F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V	V

Poiché la tabella di verità non è sempre vera, la formula non è una tautologia.

Esercizio 2 (5 punti)

Tradurre le proposizioni che seguono in forma logica, individuando voi stessi le costanti predicative e individuali necessarie allo scopo. Si cerchi di riusare per quanto possibile le stesse costanti in più di una proposizione.

1. Carla è amica di Giulio
2. Tutti gli amici di Giulio sono anche amici di Laura
3. Esiste un amico di Giulio che non è amico di Carla
4. Tutti gli amici di Carla hanno almeno un amico che è a sua volta amico di Paolo

Specificare inoltre un modello che renda vere tutte le formule e che abbia un dominio costituito da almeno 5 elementi.

Simboli di predicato : $R/2$ che sta per "essere amico di"

Simboli di costanti individuali :
 $a \mapsto \text{CARLA}$
 $b \mapsto \text{GIULIO}$
 $c \mapsto \text{LAURA}$
 $d \mapsto \text{PAOLO}$

Esercizio 2 (5 punti)

Tradurre le proposizioni che seguono in forma logica, individuando voi stessi le costanti predicative e individuali necessarie allo scopo. Si cerchi di riusare per quanto possibile le stesse costanti in più di una proposizione.

1. Carla è amica di Giulio
2. Tutti gli amici di Giulio sono anche amici di Laura
3. Esiste un amico di Giulio che non è amico di Carla
4. Tutti gli amici di Carla hanno almeno un amico che è a sua volta amico di Paolo

Specificare inoltre un modello che renda vere tutte le formule e che abbia un dominio costituito da almeno 5 elementi.

1. Rab $R/2 \mapsto$ "essere amico di"
2. Per ogni x , se x è amico di Giulio allora x è amico di Laura $a \mapsto$ CARLA $b \mapsto$ GIULIO
 $c \mapsto$ LAURA $d \mapsto$ PAOLO

$$\forall x Rxb \rightarrow Rxc$$

3. Esiste x tale che x è un amico di Giulio e x non è amico di CARLA

$$\exists x Rxb \wedge \neg Rxc$$

4. Per ogni x , se x è amico di CARLA allora x ha almeno un amico che a sua volta è amico di PAOLO

Per ogni x , se x è amico di CARLA allora esiste y tale che x è amico di y e $\exists x y Rxb \wedge \neg Rxc$ $\forall Rxc$

$$\forall x (Rxc \rightarrow \exists y (Rxy \wedge Ryd))$$

Rob

$$\forall x Rxb \rightarrow Rxc$$

$$\exists x Rxb \wedge \neg Rxc$$

$$\forall x (Rxe \rightarrow \exists y (Rxy \wedge Rye))$$

Specificare inoltre un modello che renda vere tutte le formule e che abbia un dominio costituito da almeno 5 elementi.

APPROCCIO 1 : CERCHIATO UN MODELLO CHE PARLI DI PERSONE E AMICIZIA

DOMINIO: $\{ \text{CARLA, GIULIO, LAURA, PAOLO, MICHELE} \}$

INTERPRETAZIONE DELLE COSTANTI INDIVIDUALI $\left\{ \begin{array}{l} a \mapsto \text{CARLA}, b \mapsto \text{GIULIO}, \\ c \mapsto \text{LAURA}, d \mapsto \text{PAOLO} \end{array} \right\}$

INTERPRETAZIONE DELLE COSTANTI PREDICATIVE

• PARTIAMO DA INTERPRETAZIONE DI $R = \{ \}$ (NESSUNO È AMICO DI NESSUN ALTRO)

• PER RENDERE LA 1^a FORMULA (O LA 1^a PROPOSIZIONE)

$$R = \{ (\text{CARLA}, \text{GIULIO}) \}$$

• PER RENDERE VERA LA 2^a FORMULA

2. Tutti gli amici di Giulio sono anche amici di Laura

$$R = \{ ((\text{CARLA}, \text{GIULIO}), (\text{CARLA}, \text{LAURA})) \}$$

• 3. Esiste un amico di Giulio che non è amico di Carla

Gio soddisfa perché Carla è amica di Giulio, ma Carla non è amica di Carla

• 4. Tutti gli amici di Carla hanno almeno un amico che è a sua volta amico di Paolo

Gio soddisfa perché non c'è nessuno che è amico di Carla (la coppia $(?, \text{CARLA})$ non compare in R)

APPROCCIO 2: DOMINIO CHE NON HA NIENTE A CHE VEDERE CON LE PROPOSIZIONI INIZIALI

R_{ab}

$\forall x R_{xb} \rightarrow R_{xc}$

$\exists x R_{xb} \wedge \neg R_{xc}$

$\forall x (R_{xe} \rightarrow \exists y (R_{xy} \wedge R_{yd}))$

DOMINIO = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

INTERPRETAZIONE COSTANTI INDIVIDUALI: $\left\{ \begin{array}{l} a \mapsto 1 \\ c \mapsto 3 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} b \mapsto 2 \\ d \mapsto 4 \end{array} \right\}$

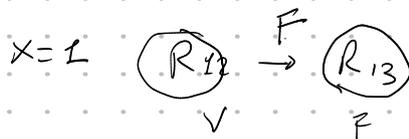
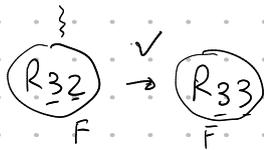
INTERPRETAZ - PER $R = \{(1,2), (1,3)\}$

• PARTIRE DA $R = \{ \}$

• $R_{ab} \Rightarrow$ per renderlo vero $\Rightarrow R = \{(1,2)\}$

• $\forall x R_{xb} \rightarrow R_{xc}$ $\Rightarrow R = \{(1,2), (1,3)\}$

$x=3: R_{3b} \rightarrow R_{3c} ?$



• $\exists x R_{xb} \wedge \neg R_{xc}$ già vero con $x=1$

• $\forall x (R_{xe} \rightarrow \exists y (R_{xy} \wedge R_{yd}))$

$x=1 \quad R_{1e} \text{ F}$
 \Downarrow
 R_{11}

$x=2 \quad R_{2e} \text{ F}$
 \Downarrow
 R_{21}

Esercizio 1 (5 punti)

Tradurre in forma logica proposizionale la seguente inferenza e verificare se è corretta.

Se il Milan vince la partita, allora la Juventus o l'Inter sarà in seconda posizione. Se Juventus e Inter saranno in seconda posizione, allora sarà necessario uno spareggio. Quindi, se il Milan vince, sarà necessario uno spareggio.

MILAN VINCE LA PARTITA $\Rightarrow A$
 JUVENTUS SARA' IN 2^a POSIZIONE $\Rightarrow B$
 INTER " " " " $\Rightarrow C$
 SARA' NECESSARIO UNO SPAREGGIO $\Rightarrow D$

$$A \rightarrow B \vee C$$

$$B \wedge C \rightarrow D$$

$$\underline{\underline{A \rightarrow D}}$$

A	B	C	D	$B \vee C$	$A \rightarrow B \vee C$	$B \wedge C$	$B \wedge C \rightarrow D$	$A \rightarrow D$
F	F	F	F	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V	F
V	F	F	V	F	F	F	V	F
V	F	V	V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V	F
V	V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	V	F	V	V	V	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V	V

Poiché è possibile che le premesse sono vere ma le conclusioni false (vedi pallini rossi) allora le regole di inferenza non è corretta.