

**Prova scritta di Matematica Generale CLEA (9 CFU)  
del 24/02/2017**

*L'esercizio 1 va svolto perfettamente prima di passare agli altri.  
In presenza di errori nell'esercizio 1, il compito verrà considerato insufficiente.*

**Esercizio 1:** Dati gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 = 4\} \quad B = \left\{x \in \mathbb{R} \left| 10 + \ln\left(\frac{3-x}{x+1}\right) \in \mathbb{R} \right.\right\} \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x+1| \leq 2\} \quad D = I(0, 2\pi)$$

- 1) dire, motivando le risposte, se  $A \subseteq B$  e  $C \subseteq D$ ;
- 2) determinare sul piano cartesiano l'insieme  $C \times A$ ;
- 3) determinare  $D \cup B$ ,  $C \cap B$  e  $A \setminus B$ .

**Esercizio 2:** Data la funzione  $f(x) = \frac{1-x^2}{x-2}$  determinare:

- 1) il dominio di  $f(x)$ ;
- 2) il segno di  $f(x)$ ;
- 3) gli eventuali asintoti di  $f(x)$ ;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza di  $f(x)$ ;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali di  $f(x)$ ;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi di  $f(x)$ ;
- 7) il grafico di  $f(x)$ ;
- 8) il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione nel punto  $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ .

**Esercizio 3:** Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = \frac{1-e^x}{e^x}$  e dall'asse delle  $x$ , in corrispondenza dell'intervallo  $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ .

**Esercizio 4:** Calcolare gli integrali  $\int 3 \sin x (\cos x)^2 dx$  e  $\int x e^{-2x} dx$

**Esercizio 5:** Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

1. calcolare la matrice  $A-2B$ , il determinante  $\det B$  e il rango  $\text{rk} B$ ;

2. dire, motivando la risposta, quante soluzioni ammette il sistema lineare di equazioni 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3y + z = 2 \end{cases}$$

*(Facoltativo: In caso di esistenza, calcolare le soluzioni con il metodo di Cramer)*

**Esercizio 6:** Determinare geometricamente il dominio della funzione  $f(x, y) = \ln(y - x + 1)$  e determinare gli eventuali punti critici della funzione  $f(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^3$ , studiandone la natura.