

Logica – a.a. 2024/25 – Compito del 10/6/2025

prof. Gianluca Amato

Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate.

Esercizio 1 (8 punti)

Estrarre dalla seguente tabella di verità la forma proposizionale corrispondente alla colonna *. In seguito, semplificare la forma proposizionale ottenuta usando le equivalenze logiche note. Non è considerato valido estrarre direttamente la forma proposizionale semplificata dalla tabella.

A	B	C	D	*
F	F	F	F	F
F	F	F	V	F
F	F	V	F	F
F	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	V	F	V	F
F	V	V	F	V
F	V	V	V	F
V	F	F	F	F
V	F	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	V	V	F
V	V	F	F	V
V	V	F	V	F
V	V	V	F	V
V	V	V	V	F

Esercizio 2 (8 punti)

Si considerino le seguenti formule in logica dei predicati:

1. $T(a) \wedge Q(b)$
2. $\exists x \neg(T(x) \wedge Q(x))$
3. $\exists x \forall y \neg R(x, y)$
4. $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow (T(x) \vee T(y)))$
5. $\forall x \forall y ((\exists z (R(x, z) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, y))$

Si supponga ora d'interpretare le formule come proprietà di un grafo non ben specificato, in questo modo:

- il dominio di quantificazione è l'insieme dei nodi del grafo;
- $T(x)$ indica che il nodo x è tondo;
- $Q(x)$ indica che il nodo x è quadrato;
- $R(x, y)$ indica che esiste una freccia parte da x e arriva ad y . Attenzione al fatto che x ed y possono anche coincidere.

Parte 1. Usando questa interpretazione, riscrivere le formule come proposizioni in italiano, nella forma più naturale possibile.

Parte 2. Disegnare un grafo, con almeno 4 nodi e 3 archi, che costituisca un modello per tutte le formule. Voglio puntualizzare che il grafo deve essere uno solo, e deve soddisfare contemporaneamente tutte le formule. Attenzione a questi due fatti:

- nel predicato $R(x, y)$, x e y possono anche coincidere, quindi un nodo può avere una freccia che parte da un nodo e arriva sul nodo stesso;
- quando ci sono più quantificatori annidati (tipo $\forall x \forall y$), bisogna considerare anche la situazione in cui il nodo x e il nodo y sono lo stesso nodo.