Misurazione e valutazione delle *performance*

Lezione 6

DEA: Efficienza di scala e variabili ambientali

Marialisa Mazzocchitti

Università degli Studi «G. d'Annunzio» di Chieti-Pescara

Agenda

1. Efficienza di scala
2. Variabili esterne
3. Efficienza tecnica e produttività

Efficienza di scala

Premessa

- Impiegando un modello DEA-CRS nell'analisi empirica si misura l'efficienza di ciascuna DMU rispetto ad una frontiera costruita assumendo le seguenti ipotesi:
    1. I processi produttivi osservati appartengono all'insieme di produzione
    2. Free disposal per gli output
    3. Free disposal per gli input
    4. Convessità
    5. Possibilità di inazione
    6. Possibilità di aumentare la scala
- In questo modo, si preclude la possibilità di effettuare considerazioni circa la dimensione delle DMU e, quindi, circa la scala di produzione
- Nei casi in cui sono ipotizzabili rendimenti di scala variabili (crescenti o decrescenti) la misura della efficienza tecnica ottenuta impiegando un modello DEA-CRS comprende anche una «efficienza di scala»
- Per chiarire questo aspetto torniamo al caso più semplice di un solo input e un solo output

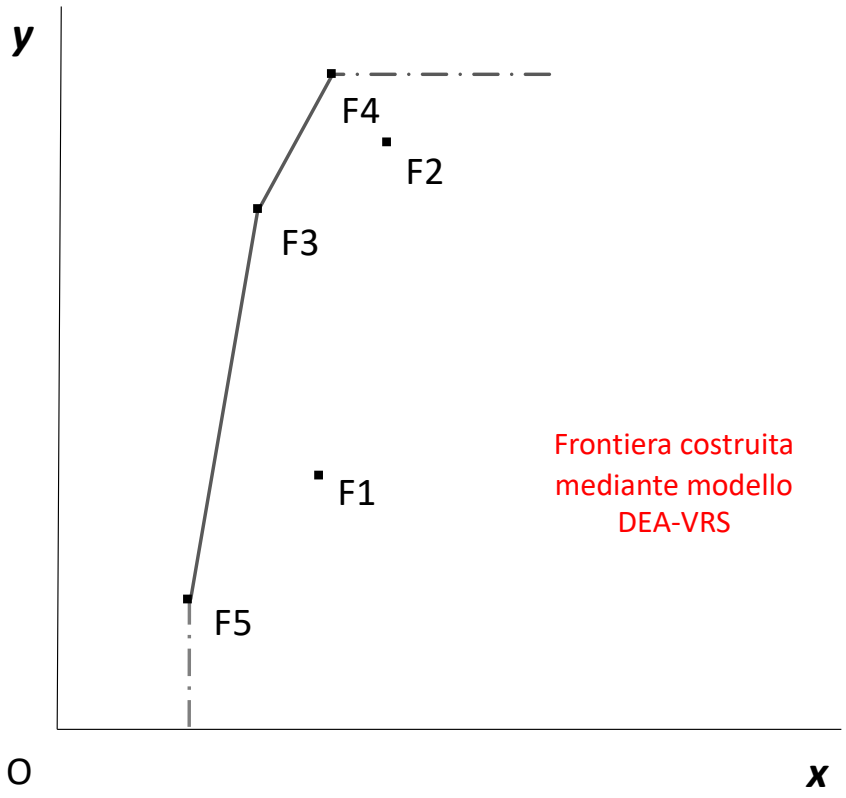
Esempio (1/8)

- Consideriamo 5 filiali di una banca che impiegano un unico input per produrre un unico output
- I livelli di input e output di ciascuna filiale sono riportati nella seguente tabella

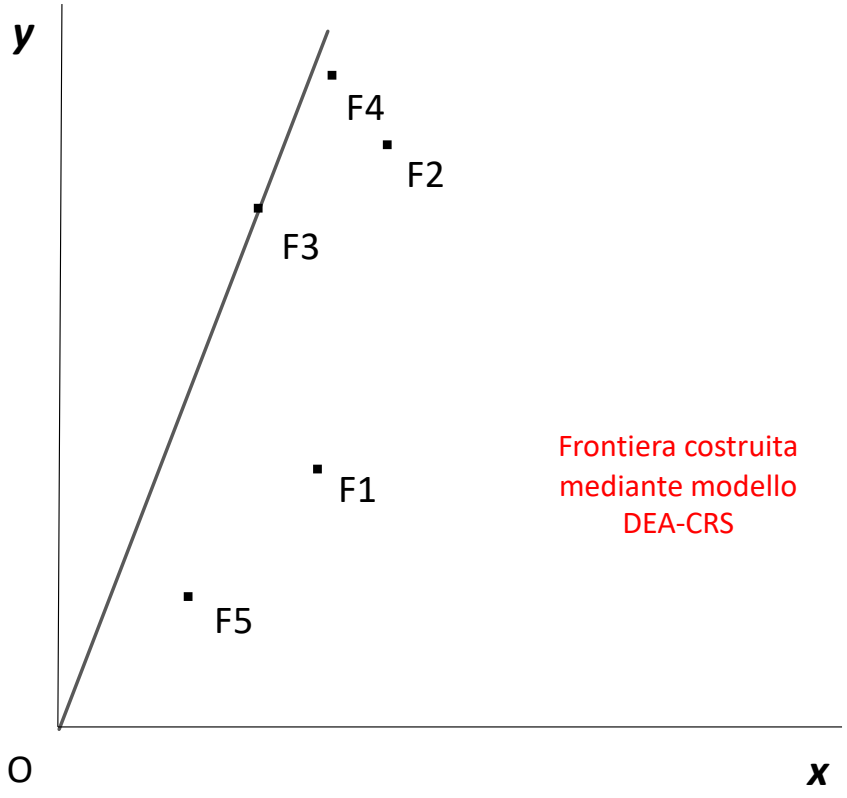
DMU	x	y
F1	4	4
F2	5	9
F3	3	8
F4	4	10
F5	2	2

Esempio (2/8)

Frontiera VRS vs frontiera CRS



Frontiera costruita mediante modello DEA-VRS



Frontiera costruita mediante modello DEA-CRS

Esempio (3/8)

Modello DEA-VRS

- La frontiera è la spezzata che passa per i punti nei quali le **unità presentano il minore rapporto input/output non in assoluto, ma condizionatamente alla loro dimensione** (F3, F4, F5)
- Quindi, il punteggio di (input- o output-) efficienza attribuito alla generica DMU impiegando un modello DEA-VRS scaturisce dal confronto tra la prestazione della DMU oggetto di analisi e quella di una DMU reale o virtuale che non necessariamente assume la dimensione ottima
    - *Pure technical efficiency* = misura dell'efficienza tecnica che riflette esclusivamente le prestazioni manageriali

Modello DEA-CRS

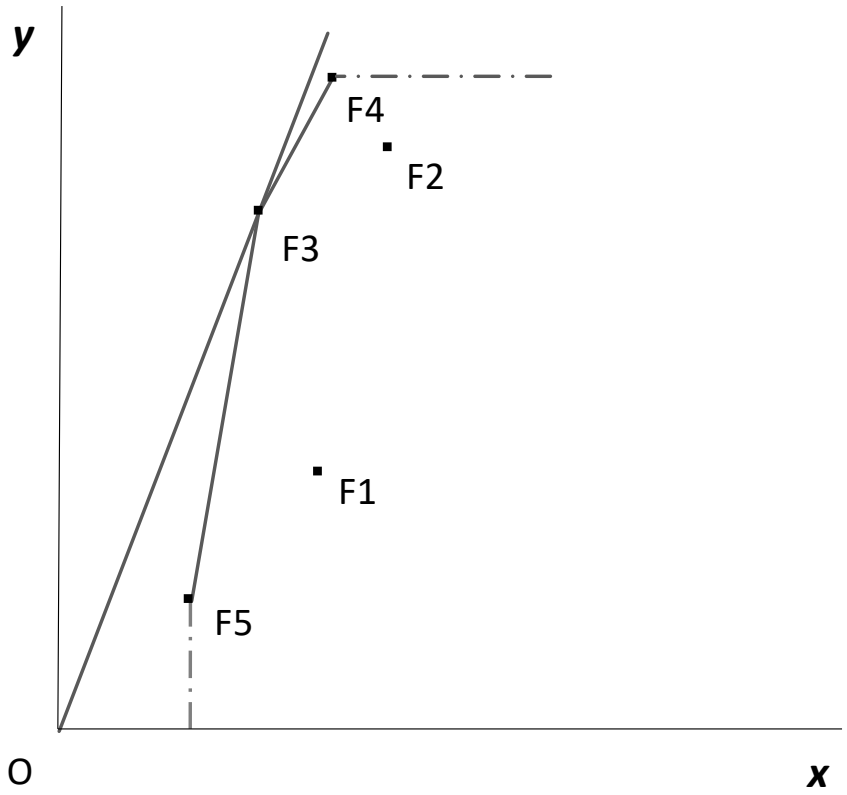
- La frontiera è la retta che esce dall'origine e passa per il punto F3, che corrisponde all'**unità del campione con il minore rapporto input/output**, indipendentemente dalla sua dimensione (max produttività)
- Quindi, il punteggio di (input- o output-) efficienza attribuito alla generica DMU impiegando un modello DEA-CRS scaturisce dal confronto tra la prestazione della DMU oggetto di analisi e quella di una DMU reale o virtuale che assume la dimensione ottima
    - *Overall technical efficiency* = misura dell'efficienza tecnica che viene scomposta in due componenti mutuamente esclusivi e non additivi: *Pure technical efficiency* e *Scale efficiency*

Esempio (4/8)

- Misuriamo l'input-efficienza delle 5 filiali impiegando sia il modello DEA-CRS sia il modello DEA-VRS *input-oriented* con *slack*
- I risultati sono esposti nella seguente tabella

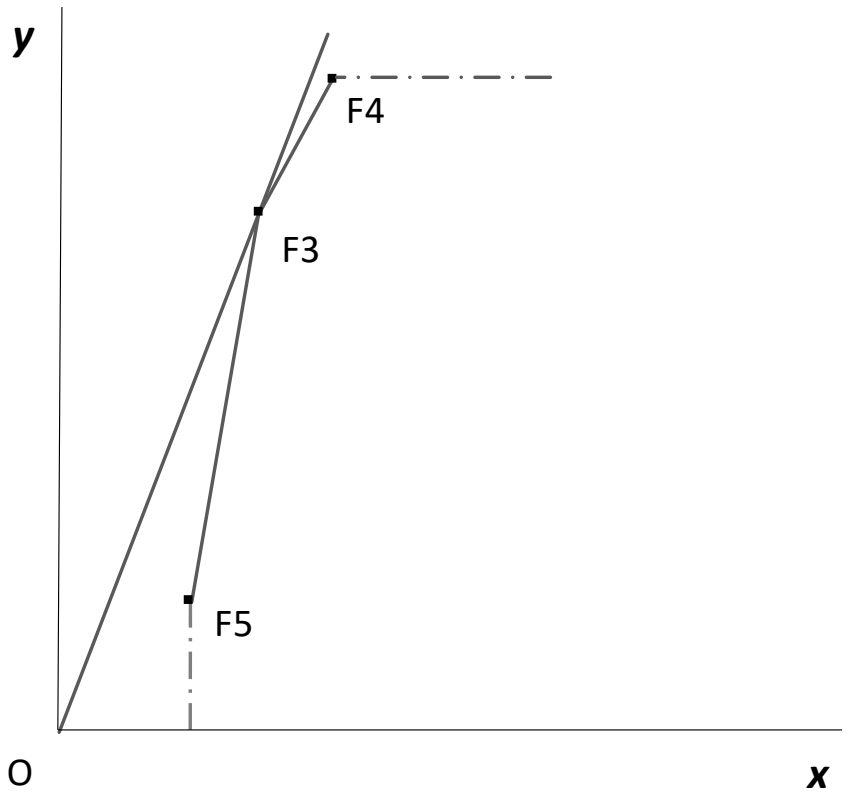
Filiale	θ_{CRS} Overall technical efficiency	θ_{VRS} Pure technical efficiency
F1	0.3750	0.5833
F2	0.6750	0.7000
F3	1	1
F4	0.9375	1
F5	0.3750	1

- Concentriamoci sui risultati delle sole filiali «F3», «F4» e «F5»



Esempio (5/8)

- La filiale «F3» è la sola che risulta non inefficiente con riferimento sia alla scala sia a fattori diversi dalla scala: essa costituisce dunque il punto di scala ottimale (MPSS= *Most productive scale size*), cioè la dimensione in corrispondenza della quale la produttività è massima
- Le filiali «F4» e «F5» presentano soltanto inefficienze di scala…



Esempio (6/8)

F5

- Nonostante stia impiegando le migliori pratiche (max *pure technical efficiency* score), F5 non riesce raggiungere il livello di produttività più elevato
- F5 ha una dimensione troppo piccola (dimensione sub-ottimale)
- F5 opera in condizione di rendimenti di scala crescenti
- Bisognerebbe aumentare di 1 unità il livello di input (2+1=3) per raggiungere la MPSS

F4

- Nonostante stia impiegando le migliori pratiche (max *pure technical efficiency* score), F4 non presenta il livello di produttività più elevato
- F4 ha una dimensione troppo grande (dimensione sovra-ottimale)
- F4 opera in condizione di rendimenti di scala decrescenti
- Bisognerebbe ridurre di 1 unità il livello di input (4-1=3) per raggiungere la MPSS

Spostando 1 unità di input dalla filiale F4 alla filiale F5 si ottiene un aumento della produttività di entrambe. Inoltre, mantenendo invariato il livello totale dell'input (9), l'output totale prodotto dalle 3 filiali passerebbe da 20 (8+10+2) a 24 (8+8+8)

Esempio (7/8)

- Una misura della *scale efficiency* (SE) è data dal seguente rapporto

$$SE = \frac{\theta_{CRS}}{\theta_{VRS}}$$

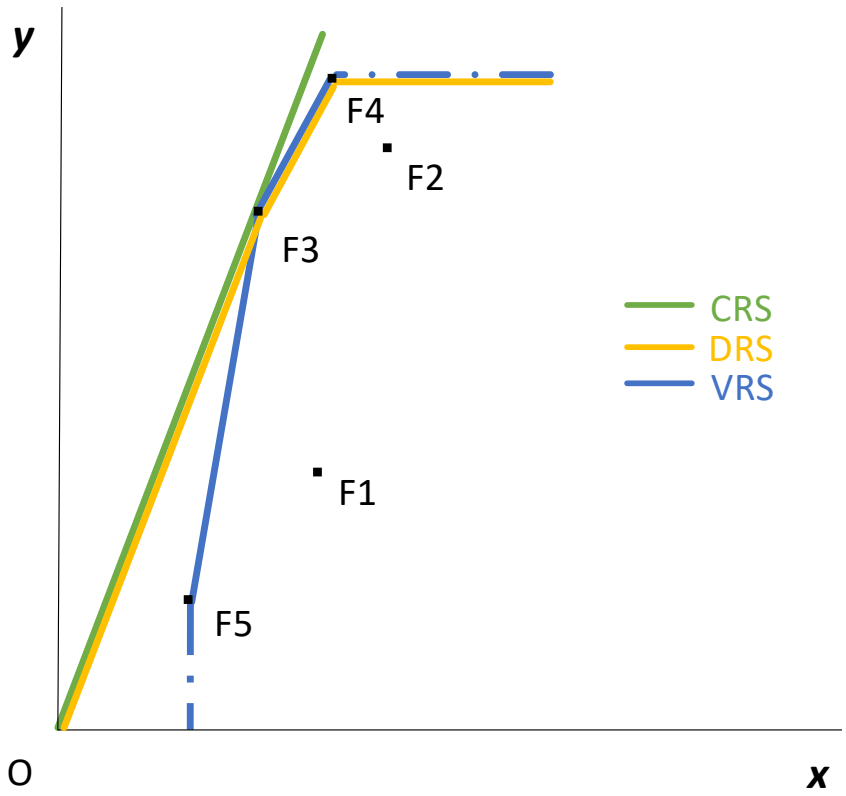
  - Da cui: $\theta_{CRS} = \theta_{VRS} \cdot SE$
- Poiché la *overall technical efficiency* risulta sempre inferiore o uguale alla *pure technical efficiency*, la *scale efficiency* può assumere valori tra 0 e 1:
  - $SE = 1$ l'unità decisionale opera alla MPSS
  - $0 < SE < 1$ l'unità decisionale si trova in una condizione di inefficienza di scala
- Per stabilire se l'inefficienza di scala sia da attribuire ad un sottodimensionamento o ad un sovradimensionamento dell'unità decisionale, bisogna calcolare per ogni DMU anche il punteggio di efficienza tecnica attraverso il modello DEA DRS anche detto DEA NIRS (insieme di produzione ipotesi da 1 a 5), che chiameremo θ_{DRS}

Esempio (8/8)

- Per le DMU che riportano un valore di *SE* compreso tra 0 e 1, il punteggio ottenuto con il modello DEA-DRS andrà confrontato con il punteggio ottenuto con il modello DEA-CRS e quello ottenuto con il modello DEA-VRS. Se
  - $\theta_{CRS} = \theta_{DRS}$ ->Rendimenti di scala crescenti
  - $\theta_{VRS} = \theta_{DRS}$ -> Rendimenti di scala decrescenti
- Risultati

Filiale	θ_{CRS}	θ_{VRS}	SE	θ_{DRS}	Scale size (*)
F1	0.3750	0.5833	0.6429	0.3750	B
F2	0.6750	0.7000	0.9643	0.7000	A
F3	1	1	1	1	O
F4	0.9375	1	0.9375	1	A
F5	0.3750	1	0.3750	0.3750	B

(*) A=Sovradimensionata; B=Sottodimensionata; O=scala ottimale



Esercizio 7 Efficienza di scala

- Si realizzi un'analisi sull'efficienza di scala delle seguenti unità decisionali

DMU	x	y
F1	4	4
F2	5	9
F3	3	8
F4	4	10
F5	2	2

- R script

```
x_es7<-c(4, 5, 3, 6, 2)
x_es7<-cbind(x_es7)
rownames(x_es7)<-c("F1", "F2", "F3", "F4", "F5")
y_es7<-c(4, 8, 7, 10, 2)
y_es7<-cbind(y_es7)
rownames(y_es7)<-c("F1", "F2", "F3", "F4", "F5")
eff_CRS_in_es7<-dea(x_es7, y_es7, RTS="crs", ORIENTATION="in", SLACK=TRUE)
eff_VRS_in_es7<-dea(x_es7, y_es7, RTS="vrs", ORIENTATION="in", SLACK=TRUE)
se_es7<-eff(eff_CRS_in_es7)/eff(eff_VRS_in_es7)
eff_DRS_in_es7<-dea(x_es7, y_es7, RTS="drs", ORIENTATION="in", SLACK=TRUE)
abs(eff(eff_VRS_in_es7)-eff(eff_DRS_in_es7)) < 1e-4

dea.plot.frontier(x_es7,y_es7,RTS="crs",txt=rownames(x_es7))
dea.plot.frontier(x_es7,y_es7,RTS="vrs",txt=rownames(x_es7))
dea.plot.frontier(x_es7,y_es7,RTS="drs",txt=rownames(x_es7))
```

Variabili esterne

Premessa

- Una delle principali insidie insite nel ricorso ad un modello DEA di base per eseguire un'accurata analisi empirica dell'efficienza riguarda la non omogeneità dell'ambiente operativo (Dyson et al., 2001)
- Nella realtà, capita spesso che unità decisionali omogenee, sotto il profilo del processo produttivo, si trovino ad operare in contesti operativi eterogenei
- I fattori che caratterizzano il contesto operativo si definiscono fattori esterni, o esogeni, o ambientali, o anche non discrezionali, perché sono fattori sui quali l'unità decisionale non ha controllo, non sono né input né output ma influenzano il processo produttivo

Effetti dei fattori esterni

- I fattori esterni possono produrre effetti
  - Positivi -> agevolano lo svolgimento dell'attività
  - Negativi-> penalizzano lo svolgimento dell'attività
- È importante tenere conto dell'impatto delle variabili che corrispondono a tali fattori (variabili esterne), altrimenti si finirà per
  - Sopravvalutare la performance dell'unità decisionale
  - Sottovalutare la performance dell'unità decisionale

Metodi per l'introduzione di variabili esterne nella DEA

Variabili continue

- Stadio singolo
- Due stadi
- Tre stadi
- Order-m

Variabili Categoriche

- Meta-efficienza

Stadio singolo

- Consiste nel trattare le variabili esterne come se fossero input o output fissi esogeni (in base alla direzione della loro influenza), da inserire direttamente nella funzione obiettivo del modello di programmazione lineare insieme alle variabili discrezionali
- Poiché non sono sotto il controllo dei manager (non possono gestirne i livelli), sono necessari ulteriori vincoli per specificare che le variabili esterne siano mantenute costanti durante il processo di ottimizzazione (Banker e Morey, 1986)
- Questo metodo presume la conoscenza (ex-ante) della direzione dell'impatto delle variabili esterne

Due stadi (1/2)

- In una prima fase si stima l'efficienza attraverso la DEA su un insieme di input e output, attraverso i quali si descrive il processo produttivo
- In una seconda fase, le misure di efficienza ottenute vengono regredite su un insieme di variabili esterne che possono influenzare le prestazioni delle DMU in esame
- Il modello di regressione stimato viene utilizzato per calcolare il punteggio di massima efficienza raggiungibile da una DMU dato il livello specifico delle variabili esterne. La differenza tra questo valore previsto e il punteggio di efficienza calcolato nella prima fase (il residuo) viene quindi presa come misura dell'inefficienza gestionale attribuibile a fattori esterni

Due stadi (2/2)

- Modelli di regressione:
  - Ray (1991) specifica la regressione esplicativa del secondo stadio come modello OLS
  - McCarty e Yaisawarng (1993) adottano il modello tobit
  - Bhattacharyya et al. (1997) impiegano un modello di regressione di frontiera stocastica
- La scelta del metodo di regressione più adatto da utilizzare con la tecnica DEA ha comunque generato un intenso dibattito in dottrina e rimane ancora oggi una questione controversa

Tre stadi (1/2)

- Esistono diverse procedure a tre fasi
- In tutte le procedure a tre fasi viene utilizzato un modello DEA di base nella prima fase, con dati di input e output «originali», e poi di nuovo nella terza fase ma con input o output «regolati» (a seconda dell'orientamento del modello stimato nella fase 1)
- Le differenze rilevanti tra procedure appaiono nel modo in cui viene eseguita la seconda fase
  - Fried et al. (1996) e Muñiz (2002): DEA
  - Fried et al. (2002): SFA
  - Ruggiero (1998): Regressione

Tre-stadi (2/2)

- Muñiz (2002) formula una procedura con l'intento di depurare il punteggio di efficienza dagli effetti negativi delle variabili esterne. Esso prevede:
  - Stadio 1 -> Stima di un modello DEA di base, con orientamento a scelta
    Le variabili di questo modello sono:
    - Input: input del processo produttivo
    - Output: output del processo produttivo
  - Stadio 2 -> Modello DEA di base, con orientamento all'input, le cui variabili sono
    - Input: total slack calcolati al termine del primo stadio
    - Output: variabili esterne
  - Aggiustamento: il punteggio del secondo stadio viene impiegato per correggere i valori originari degli input (output) del modello dello stadio 1 se questo era un modello input-oriented (output oriented)
  - Stadio 3 -> Stima di un modello DEA di base, con orientamento identico al modello dello stadio 1
    Le variabili di questo modello sono:
    - Input: input «regolati»
    - Output: output del processo produttivo

    Se modelli 1 e 3 input-oriented

    - Input: input del processo produttivo
    - Output: output «regolati»

    Se modelli 1 e 3 output-oriented

Efficienza tecnica e produttività

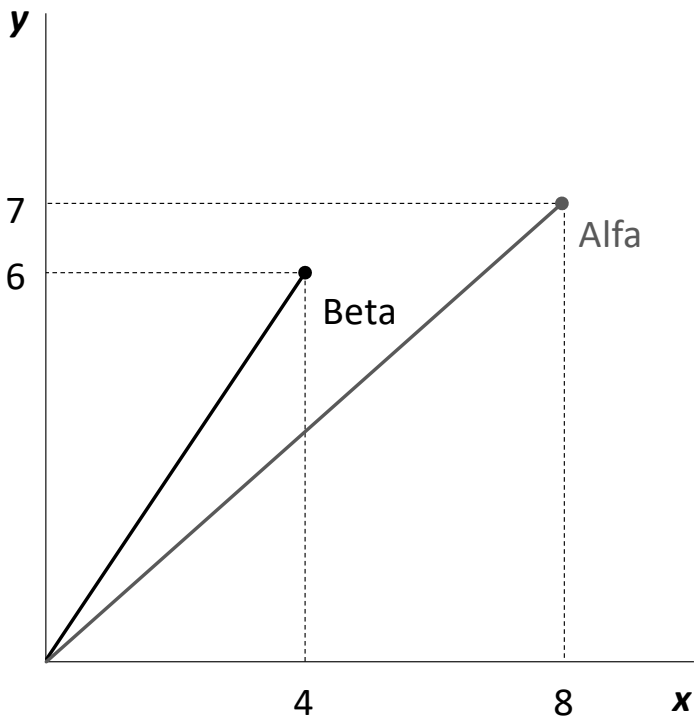
Differenze tra i due concetti (1/3)

«Produttività» ed «Efficienza» sono due concetti simili, tuttavia essi si riferiscono a due differenti chiavi di lettura della performance di un processo produttivo e presentano delle differenze

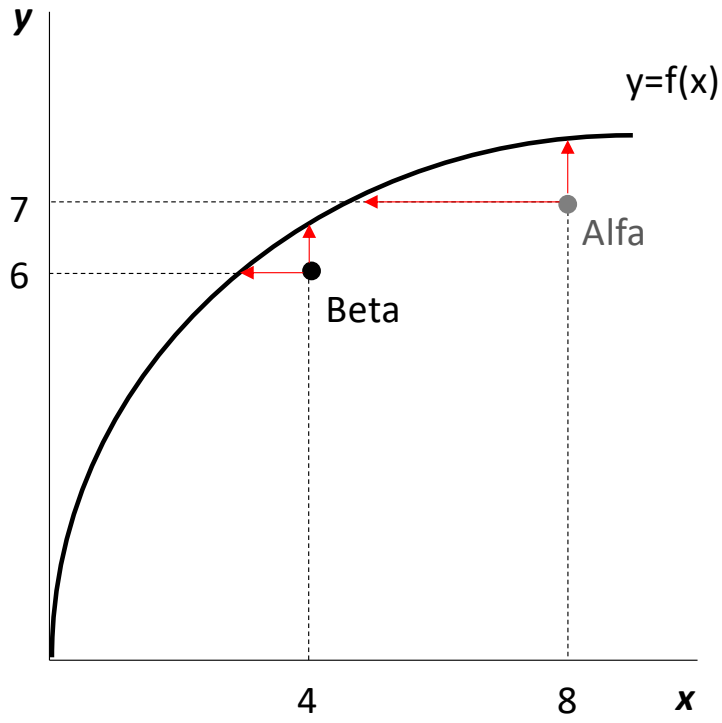
Produttività	Efficienza
Misura la capacità di un'entità di trasformare input in output	Misura il grado di raggiungimento del potenziale massimo di produzione possibile
Disponendo dei dati sui livelli di input impiegati e output realizzati da due entità è possibile calcolare i rispettivi indicatori di produttività e formulare un giudizio sulla loro capacità di un'entità di trasformare input in output	Disponendo dei dati sui livelli di input impiegati e output realizzati da due entità non è possibile esprimere un giudizio sulla loro efficienza; per farlo è necessario avere informazioni sulla tecnologia di produzione, perché il loro punteggio di efficienza dipende dalla loro distanza dalla frontiera
È una misura *assoluta:* se le prestazioni del gruppo di riferimento cambiano, la misura della produttività di un'entità non muta	È una misura *relativa:* se le prestazioni del gruppo di riferimento cambiano, la misura dell'efficienza di un'entità muta

Differenze tra i due concetti (2/3)

Produttività

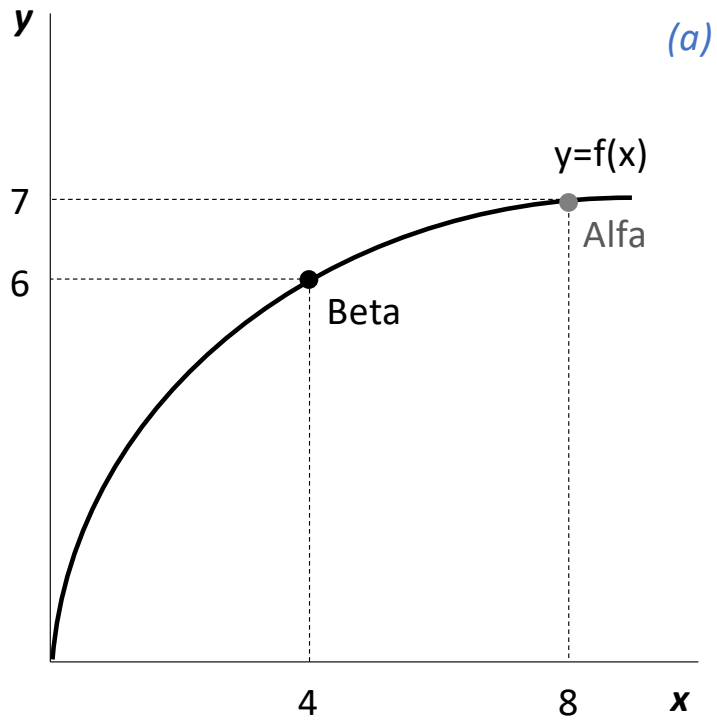


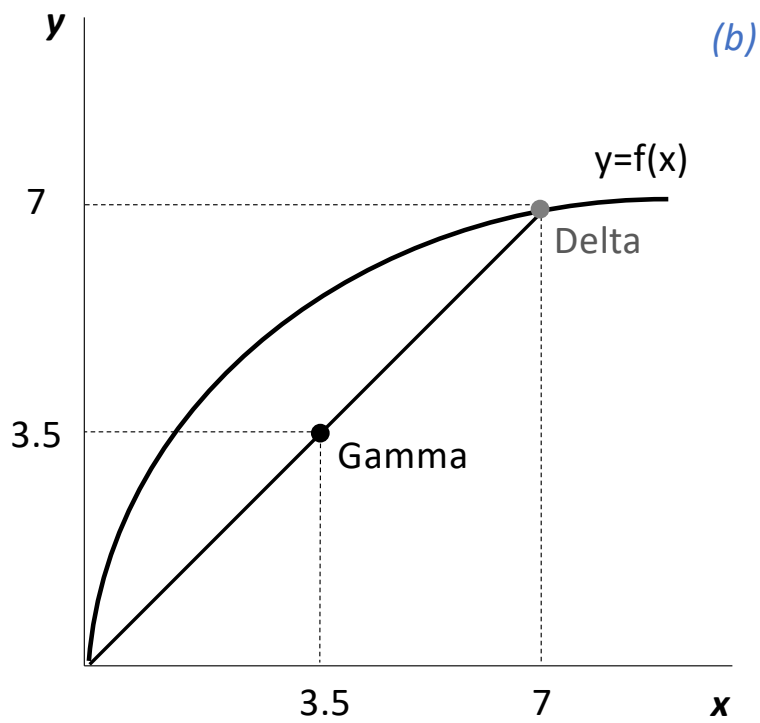
Efficienza



Differenze tra i due concetti (3/3)

- Un differenziale di produttività non comporta necessariamente un differenziale di efficienza (*a*) e, d'altra parte, un differenziale di efficienza può non associarsi ad un differenziale di produttività (*b*), salvo che la funzione di produzione sia caratterizzata da rendimenti di scala costanti (Nisticò e Prosperetti, 1991)





Riferimenti bibliografici (1/2)

- Banker R.D., Charnes A., Cooper W.W., 1984, Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis, «Management Science», vol. 30, n. 9, pp. 1078-1092
- Banker R.D., Morey R.C., 1986, Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs, in «Operations Research», 34, 4, pp. 513-521
- Bhattacharyya A., Lovell C.A.K., Sahay P., 1997, The Impact of Liberalization on the Productive Efficiency of Indian Commercial Banks, in «European Journal of Operational Research», 98, 2, pp. 332-345, http://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00351-7
- Biggeri L., Bini M., Coli A., Grassini L., Maltagliati M., 2012, Statistica per le decisioni aziendali, Pearson
- Bracalente B., Cossignani M., Mulas A., 2009, Statistica Aziendale, McGraw-Hill
- Charnes A., Cooper W., Rhodes E.., 1977, Measuringthe efficiency of Decision Making Units, «European Journal of Operation Research», vol. 2, n. 6, pp. 429-444
- Dyson R.G., Allen R., Camanho A.S., Podinovski V.V., Sarrico C.S., Shale E.A., 2001, Pitfalls and Protocols in dea, in «European Journal of Operational Research», 132, 2, pp. 245- 259. http://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00149-1

Riferimenti bibliografici (2/2)

- Fried H.O., Lovell, C.A.K., 1996, Searching the Zeds, Working paper presented at ii Georgia productivity workshop
- Fried H.O., Lovell C.A.K., Schmidt S.S., Yaisawarng S., 2002, Accounting for Environmental Effects and Statistical Noise in Data Envelopment Analysis, in «Journal of Productivity Analysis», 17, 1-2, pp. 157-174, http://doi.org/10.1023/A:1013548723393
- McCarty T.A., Yaisawarng S., 1993, Technical Efficiency in New Jersey School Districts, in Fried H.O., Lovell C.A.K., Schmidt S.S. (Eds.), The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications, pp. 271-287
- Muñiz M. (2002), Separating Managerial Inefficiency and External Conditions in Data Envelopment Analysis, in «European Journal of Operational Research», 143, pp. 625-643
- Ray S.C., 1991, Resource-Use Efficiency in Public Schools: A Study of Connecticut, in «Management Science», 37, 12, pp. 1620-1628
- Ruggiero J., 1998, Non-discretionary Inputs in Data Envelopment Analysis, in «European Journal of Operational Research», 111, pp. 461-469
- Thanassoulis E., 2001, Introduction to the theory and application of data envelopment analysis: a foundation text with integrated software, Kluwer Academic Publishers

Grazie per l'attenzione!

Marialisa Mazzocchitti

Mail: m.mazzocchitti@unich.it
Skype: marialisa_mazzocchitti