

Matematica finanziaria: compito dell'11 giugno 2014

Per 6 CFU, svolgere gli esercizi da 1 a 7

Per 4 CFU, svolgere gli esercizi da 1 a 6

Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti *perfettamente* prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2 il compito verrà considerato insufficiente.

- (3/4 punti)** Sia data la legge finanziaria $r(t) = 1 + 0.03t + 0.01t^2$, con t che misura i mesi.
 - Se oggi (al tempo $t = 0$) investo 100 euro, quanto avrò tra 3 mesi?
 - Se tra 2 mesi vogliamo avere 330 euro, quanto dobbiamo investire oggi?
 - Qual è il tasso di interesse equivalente bimensile?
- (3/4 punti)** Si assuma un regime esponenziale al tasso di interesse semestrale del 5%.
 - Qual è il tasso di interesse equivalente bimestrale?
 - Quanto devo investire oggi (al tempo $t = 0$) per avere 90 euro tra 2 mesi?
 - Calcolare il fattore di sconto annuale.
- (4/5 punti)** Calcolare il montante che si ottiene dopo 2 anni con un investimento di 90 euro in regime nominale. Si assuma un tasso nominale annuo del 10% pagabile tre volte all'anno, e un reinvestimento delle cedole in regime lineare al tasso bimestrale del 2%.
- (5/7 punti)** Sapendo che la forza d'interesse è

$$\delta(t) = \frac{0.2t}{1 + 0.1t^2}$$

calcolare la legge finanziaria $r(t)$. Dire poi se $r(t)$ è scindibile.

- (5/7 punti)** Calcolare il valore attuale di una rendita perpetua, con la rata fatta nel seguente modo: alla fine di ogni mese una rata di 10 euro, e alla fine di ogni anno una rata aggiuntiva di 100 euro. Usare un tasso di valutazione mensile del 2%.

[Suggerimento: scomporre questo esercizio in 2 esercizi simili]
- (5/7 punti)** Calcolare il rendimento mensile effettivo di un'obbligazione di valore nominale 1000 euro, remunerata con cedole mensili del 5% e vita residua 2 mesi. Si assuma che la cedola al tempo 0 non sia stata ancora pagata (in altre parole, ci si trova al tempo $t = 0^-$) e che l'obbligazione venga venduta alla pari.
- (9 punti)** Si consideri una put europea con prezzo d'esercizio 110 e scadenza tra 3 periodi. Si assuma che ad ogni periodo il prezzo dell'azione sottostante, che al tempo 0 è 100, possa solo salire o scendere del 10%, e che il tasso privo di rischio sia del 5% periodale.
 - (1 punto)** Calcolare il valore della put con la formula di Cox-Ross-Rubinstein.
 - (3 punti)** Calcolare il valore della call simmetrica della put con il metodo del portafoglio replicante.
 - (1 punto)** Calcolare il valore della put con la relazione di parità (usarlo come verifica del valore trovato al punto a).
 - (4 punti)** Assumendo che al tempo 0 la call sia quotata 8 euro, descrivere un arbitraggio che ci permetta di guadagnare 42 euro.