

**Prova scritta di Matematica Generale CLEC (matricole A-L) - CLEII
del 30/01/2015**

Chi deve fare l'esame per meno di 9 CFU chiedi al docente prima di iniziare il compito.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti perfettamente prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2, il compito verrà considerato insufficiente.

Esercizio 1: Dati gli insiemi:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \left| \left| \frac{1}{6-x} \right| \leq 1 \right. \right\} ; \quad B = \{ n \in \mathbb{N} \mid -2 < n \leq 2 \} , \quad C = \left\{ x \in \mathbb{R} \left| -\log\left(\frac{1}{2-4x}\right) \in \mathbb{R} \right. \right\} ; \quad D = [1,2]$$

- a) dire, motivando le risposte, se $D \subseteq A$ e $B \subseteq A$;
- b) determinare sul piano cartesiano l'insieme $D \times B$;
- c) determinare $A \cup C$, $C \cap D$ e $D \setminus B$.

Esercizio 2: Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x^2 - 2 + 3x}{1-x} \leq -2.$$

Esercizio 3: Data la funzione

$$f(x) = \frac{2-x}{x^2}$$

determinarne:

- 1) il dominio;
- 2) il segno;
- 3) gli eventuali asintoti;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi;
- 7) il grafico.

Esercizio 4: Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x) = 5 - (3+x)(x-1)$ e dall'asse delle x, in corrispondenza dell'intervallo (1,3).

Esercizio 5: Calcolare l'integrale $\int_{-1}^0 \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$.

Esercizio 6: Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n - 4}{3^{n+2}} \quad \text{e} \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \ln \frac{2n+1}{1+4n}$$

esistono.

Esercizio 7 (solo per studenti con 8/9 CFU): Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) calcolare la trasposta $(A - 2B)^T$;
- 2) calcolare B^2 ;
- 3) calcolare il determinante $\det A$.

**Prova scritta di Matematica Generale CLEC (matricole A-L) - CLEII
del 30/01/2015**

*Chi deve fare l'esame per meno di 9 CFU chiedi al docente prima di iniziare il compito.
Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti perfettamente prima di passare agli altri.
In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2, il compito verrà considerato insufficiente.*

Esercizio 1: Dati gli insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq z^2 \leq 1\}, \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid \log(6x-3) + 3 \in \mathbb{R}\}; \quad C = I(2,1); \quad D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{1}{8-2x^2} \right| \in \mathbb{R} \right\}$$

- d) dire, motivando le risposte, se $A \subseteq D$ e $C \subseteq D$;
- e) determinare sul piano cartesiano l'insieme $A \times C$;
- f) determinare $B \cup D$, $A \cap B$ e $C \setminus B$.

Esercizio 2: Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x^2 + 1 - 3x}{4x^2 + 5x} + 1 \geq 0.$$

Esercizio 3: Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$$

determinarne:

- 1) il dominio;
- 2) il segno;
- 3) gli eventuali asintoti;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi;
- 7) il grafico.

Esercizio 4: Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x) = x(x+1) - 8 + x$ e dall'asse delle x, in corrispondenza dell'intervallo $(0,3)$.

Esercizio 5: Calcolare l'integrale $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx$.

Esercizio 6: Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n-1}{2n(2n+2)} \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n - 2}{4^{2n}}$$

esistono ed, in caso affermativo, calcolarne il valore.

Esercizio 7 (solo per studenti con 8/9 CFU): Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- 4) calcolare la traccia $\text{tr}(2A)$;
- 5) calcolare $(-A)^2$;
- 6) dire, motivando la risposta, se A è invertibile.