

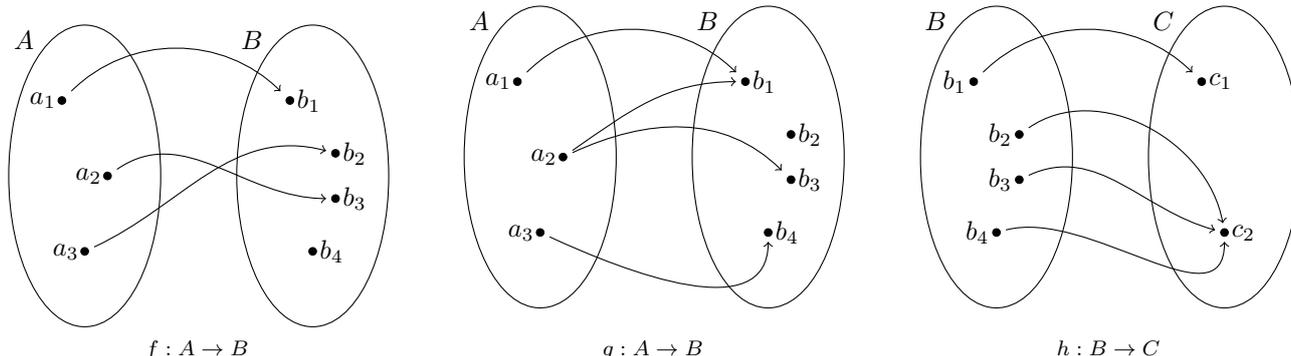
## Matematica generale: compito del 20 febbraio 2012

Tutte le risposte vanno *motivare*: rispondere solo sì, no, o dare soltanto il risultato non basta.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti *perfettamente* prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2 il compito verrà considerato *insufficiente*.

1. Siano  $f$ ,  $g$  e  $h$  come nella figura che segue:



- Dire quali tra  $f$ ,  $g$  e  $h$  non sono funzioni, e perché.
- Per ciascuna funzione, dire quali sono il dominio e l'immagine.
- Per ciascuna funzione, dire se è iniettiva. Giustificare la risposta.
- Si può fare la composizione  $h \circ f$  tra  $f$  ed  $h$ ? Se sì, descriverla con un disegno come in figura.

2. Risolvere la disequazione

$$\frac{x+1}{-3x+8x^2-5x^3} \leq 0.$$

3. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)\sqrt[3]{2-x} & \text{se } x \leq 3, \\ -x^2 & \text{se } x > 3, \end{cases}$$

determinarne

- il dominio;
  - il segno;
  - gli eventuali asintoti;
  - gli intervalli di crescita e decrescenza;
  - eventuali punti di massimo e minimo, sia locali che globali;
  - gli intervalli di convessità e concavità, e gli eventuali flessi;
  - il grafico.
4. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione  $f(x)$  dell'esercizio 3 e dall'asse delle  $x$ , in corrispondenza dell'intervallo  $(0, 3)$ .
5. Calcolare l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(\sqrt{x^2+4})^3} dx.$$

6. Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=15}^{+\infty} \frac{4^{2n}}{3^{2n}} \quad \text{e} \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2+2n-1}{3-2n^4}$$

convergono.

7. (solo 9 CFU) Data la matrice

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

calcolare

- la trasposta  $A^t$  di  $A$ ;
- il prodotto  $A \cdot A^t$
- il determinante  $\det A$ ;
- l'inversa  $A^{-1}$ .