

Prova scritta di Matematica Generale CLEC (A-L)
del 25/02/2012

*Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti perfettamente prima di passare agli altri.
In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2, il compito verrà considerato insufficiente.*

Esercizio 1: Dati gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / |x+3| \leq 4\} \quad ; \quad B = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{2x-5}{x-4} \geq 3\right\} \quad ; \quad C = I(-2,4)$$

- a) Dire, motivando le risposte, se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$.
- b) Determinare $A \cup B$ e $B \cup C$.
- c) Determinare $A \cap B$ e $B \cap C$.

Esercizio 2: Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x^2 - 2x + 6}{3x + 2} \leq 1.$$

Esercizio 3: Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^3 & x < 0 \\ -\frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} & x \geq 0 \end{cases}$$

determinarne:

- 1) il dominio;
- 2) il segno;
- 3) gli eventuali asintoti;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi;
- 7) il grafico.

Esercizio 4: Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x)$ dell'esercizio 3 e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

Esercizio 5: Calcolare l'integrale $\int_2^3 \frac{4x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$.

Esercizio 5: Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} 4^{n-1} 8^{-n} \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \ln \frac{n+4}{5+3n^2}$$

convergono.

Esercizio 6: Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1) calcolare la trasposta $(2A-B)^T$;
- 2) calcolare l'inversa A^{-1} ;
- 3) calcolare B^2 .

Prova scritta di Matematica Generale CLEC (A-L)
del 25/02/2012

*Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti perfettamente prima di passare agli altri.
In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2, il compito verrà considerato insufficiente.*

Esercizio 1: Dati gli insiemi:

$$A = I(0,3) \quad ; \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \ln \frac{2x-5}{4-x} \in \mathbb{R} \right\} \quad ; \quad C = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{6-3x}{2x} \leq 2 \right\}$$

- 1) Dire, motivando le risposte, se $A \subseteq C$ e $B \subseteq C$.
- 2) Determinare $A \cup B$ e $B \cup C$.
- 3) Determinare $A \cap B$ e $B \cap C$.

Esercizio 2: Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{1-x} \leq \frac{2x}{2-x}.$$

Esercizio 3: Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & x < 0 \\ \frac{2}{3x^2} e^{-\frac{1}{x}} & x \geq 0 \end{cases}$$

determinarne:

- 1) il dominio;
- 2) il segno;
- 3) gli eventuali asintoti;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi;
- 7) il grafico.

Esercizio 4: Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x)$ dell'esercizio 3 e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $(1, +\infty)$.

Esercizio 5: Calcolare l'integrale $\int_1^e 3x \frac{\ln(x^2)}{4} dx$.

Esercizio 5: Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{2+n} - 2}{8^n} \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} e^{\frac{n+4}{5+3n^2}}$$

convergono.

Esercizio 6: Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1) calcolare AB ;
- 2) calcolare l'inversa B^{-1} ;
- 3) calcolare la traccia $\text{tr}A$.