

## Matematica finanziaria: compito del 17 dicembre 2014

Per 6 CFU, svolgere gli esercizi da 1 a 7

Per 4 CFU, svolgere gli esercizi da 1 a 6

Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti *perfettamente* prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2 il compito verrà considerato insufficiente.

1. **(2-3 punti)** Sia data la legge finanziaria  $r(t) = 1 + 0.03t + 0.01t^2$ , con  $t$  che misura i mesi. Calcolare il montante che si ottiene tra un anno se oggi si investono 700 euro (assumere che oggi sia dato da  $t = 0$ ).
2. **(2-3 punti)** Si assuma un regime esponenziale al tasso di interesse semestrale del 5%. Calcolare quanto devo investire oggi per avere 700 euro tra 6 mesi.
3. **(4-5 punti)** Calcolare il montante che si ottiene dopo 2 anni con un investimento di 700 euro in regime nominale. Si assuma un tasso nominale annuo del 10% pagabile due volte all'anno, e un reinvestimento delle cedole in regime lineare al tasso mensile del 2%.
4. **(5-7 punti)** Sapendo che la forza d'interesse è

$$\delta(t) = 0.2t$$

dire se  $r(t)$  è scindibile. Calcolare poi la legge finanziaria  $r(t)$ .

5. **(5-7 punti)** Si consideri un prestito di 2000 euro, rimborsabile in 4 mesi con quote capitale costanti, con pagamento della rata alla fine di ogni mese. Sapendo che il rendimento effettivo del prestito è il 10% mensile, scrivere il piano di ammortamento.
6. **(5-7 punti)** Calcolare il rendimento mensile effettivo di un'obbligazione di valore nominale 1000 euro, remunerata con cedole mensili del 5% e vita residua 2 mesi. Si assuma che la cedola al tempo 0 non sia stata ancora pagata (in altre parole, ci si trova al tempo  $t = 0^-$ ) e che l'obbligazione venga venduta a 990 euro. Si assuma che il rimborso sia progressivo.
7. **(10 punti)** Si consideri una put europea con prezzo d'esercizio 110 e scadenza tra 2 periodi. Si assuma che ad ogni periodo il prezzo dell'azione sottostante, che al tempo 0 è 100, possa solo salire o scendere del 10%, e che il tasso privo di rischio sia del 5% periodale.
  - (a) **(1 punto)** Calcolare il valore della put con la formula di Cox-Ross-Rubinstein.
  - (b) **(4 punti)** Calcolare il valore della call simmetrica della put con il metodo del portafoglio replicante.
  - (c) **(1 punto)** Calcolare il valore della put con la relazione di parità (usarlo come verifica del valore trovato al punto a).
  - (d) **(4 punti)** Assumendo che al tempo 0 la call sia quotata 5 euro, descrivere un arbitraggio che ci permetta di guadagnare 2562 euro.