

Matematica finanziaria: compito del 14 gennaio 2015

Per 6 CFU, svolgere gli esercizi da 1 a 7

Per 4 CFU, svolgere gli esercizi da 1 a 6

Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti *perfettamente* prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2 il compito verrà considerato insufficiente.

- (2-3 punti)** Sia data la legge finanziaria $r(x, y) = (1 + 0.03y)/(1 + 0.03x)$, con x, y che misurano il tempo in mesi (x è il tempo iniziale dell'investimento, y il tempo finale). Calcolare il montante che si ottiene tra un anno se tra 4 mesi si investono 700 euro (assumere che oggi corrisponda al tempo $x = 0$).
- (2-3 punti)** Si assuma un regime di interesse semplice al tasso di interesse semestrale del 5%. Calcolare quanto devo investire oggi per avere 700 euro tra 6 mesi.
- (4-5 punti)** Calcolare il montante che si ottiene dopo 1 anno con un investimento di 700 euro in regime nominale. Si assuma un tasso nominale semestrale del 10% pagabile due volte a semestre, e un reinvestimento delle cedole in regime di interesse composto al tasso trimestrale del 2%.
- (5-7 punti)** Sapendo che la forza d'interesse è
$$\delta(t) = e^t$$
dire se $r(t)$ è scindibile. Calcolare poi la legge finanziaria $r(t)$.
- (5-7 punti)** Si consideri un prestito di 2000 euro, rimborsabile in 4 mesi con rate costanti, e pagamento della rata alla fine di ogni mese. Sapendo che il rendimento effettivo del prestito è il 10% mensile, scrivere il piano di ammortamento.
- (5-7 punti)** Calcolare il rendimento mensile effettivo di un'obbligazione di valore nominale 1000 euro, remunerata con cedole mensili del 5% e vita residua 2 mesi. Si assuma che la cedola al tempo 0 sia appena stata pagata (in altre parole, ci si trova al tempo $t = 0^+$) e che l'obbligazione venga venduta a 990 euro. Si assuma che il rimborso sia progressivo uniforme.
- (10 punti)** Si consideri una put europea con prezzo d'esercizio 110 e scadenza tra 2 periodi. Si assuma che ad ogni periodo il prezzo dell'azione sottostante, che al tempo 0 è 100, possa solo salire o scendere del 10%, e che il tasso privo di rischio sia del 5% periodale.
 - (1 punto)** Calcolare il valore della put con la formula di Cox-Ross-Rubinstein.
 - (4 punti)** Calcolare il valore della call simmetrica della put con il metodo del portafoglio replicante.
 - (1 punto)** Calcolare il valore della put con la relazione di parità (usarlo come verifica del valore trovato al punto a).
 - (4 punti)** Assumendo che al tempo 0 la call sia quotata 5 euro, descrivere un arbitraggio che ci permetta di guadagnare 2562 euro.