Esercizi di Geometria
C.d.L. Design
a.a. 2016/17

Geometria del piano

1) Siano $P_1 = (3,2)$, $P_2 = (1,1)$ e $P_3 = (5,-1)$ tre vertici consecutivi di un parallelogramma del piano euclideo E_2. Trovare:
a) le equazioni dei lati del parallelogramma;
b) il quarto vertice P_4;
c) le equazioni delle diagonali e il loro punto di intersezione.

Soluzione. (a)$P_1P_2 : x - 2y + 1 = 0$; $P_2P_3 : x + 2y - 3 = 0$; $P_1P_4 : x + 2y - 7 = 0$; $P_3P_4 : x - 2y - 7 = 0$. (b) $P_4 = (7,0)$. (c) $3x + 2y - 13 = 0$; $x + 6y - 7 = 0$; (4,1/2).

2) Data la retta r di equazione $x + 2y + 3 = 0$, trovare
a) la retta s perpendicolare a r e passante per $P = (0,1)$;
b) la retta t parallela a r e passante per $Q = (1,0)$;
c) il punto B appartenente a r tale che l'area del triangolo ABC sia 28, con $A = (-3,0)$ e $C = s \cap t$.

Soluzione. (a) $2x - y + 1 = 0$. (b) $x + 2y - 1 = 0$. (c) $B_1 = (-31,14)$, $B_2 = (25,-14)$.

3) Nel piano euclideo E_2 si considerino le rette

$$r)\, x + 3y + 1 = 0, \qquad r')\, 3x + 4y - 2 = 0.$$

Detto P il punto di intersezione tra r e s, determinare:
a) le equazioni delle rette parallele agli assi coordinati passanti per P;
b) l'equazione della retta passante per P e parallela alla retta $t)\, 3x - y + 3 = 0$;
c) l'equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta $p)\, 4x - 3y + 1 = 0$;
d) un punto A appartenente a r e un punto B non appartenente a r;
e) la distanza fra i punti A e B del punto precedente;
f) la distanza fra la retta trovata al punto **b)** e la retta t.

Soluzione. (a) $y + 1 = 0$; $x - 2 = 0$. (b) $3x - y - 7 = 0$. (c) $3x + 4y - 2 = 0$. (d) ad esempio $A = (2,-1)$ e $B = (0,0)$. (e) nel mio caso $||AB|| = \sqrt{5}$. (f) $d(v,t) = d(P,t) = \sqrt{10}$.

4) Nel piano euclideo E_2 siano dati i punti $A = (3,1)$ e $B = (-1,1)$. Determinare

a) la retta r passante per A e B;
b) la retta s passante per B e perpendicolare a r;
c) la retta t parallela a r e passante per $Q = (1, 0)$;
d) l'equazione dell'asse del segmento AB;
e) l'area del triangolo ABO, dove O indica l'origine del sistema di riferimento.

Soluzione. (a) $y = 1$. (b) $x = -1$. (c) $y = 0$. (d) (Ricordo che l'asse di un segmento è la retta perpendicolare al segmento e passante per il suo punto medio) $x = 1$. (e) $A = 2$.