

Simulazione d'esame

1) Nel piano euclideo reale E_2 , dati i punti $A \equiv (1, -2)$, $B \equiv (0, 3)$ e il vettore $\bar{u} = (2, -1)$, determinare:

1. equazioni parametriche e cartesiana della retta r passante per A e B ;
2. un'equazione e il coefficiente angolare della retta s per A parallela a \bar{u} ;
3. equazioni parametriche della retta t per B e perpendicolare a r ;
4. la distanza del punto B dalla retta s ;

2) Dato il sistema lineare
$$\begin{cases} 2x - z = 1 \\ -x + y + z = 0 \\ x + 2y - 2z = -3 \end{cases}$$
 di matrice incompleta A e matrice completa C

1. dire quale relazione lega in generale il rango di A e il rango di C ;
2. calcolare il determinante di A ;
3. calcolare il rango di A e il rango di C ;
4. trovare le soluzioni del sistema.

1) Sia Γ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma = \begin{cases} x = t^2 - t \\ y = t - 1 \\ z = t^2 \end{cases}$. Determinare:

1. i punti singolari e i punti stazionari di Γ ;
2. la retta tangente t e piano normale π nel punto $P = \gamma(0)$;
3. curvatura K e torsione τ nel punto P ;

4) Nello spazio euclideo E_3 si considerino il punto $P \equiv (1, -2, 1)$, la retta $r) \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$ e il piano $\alpha) 5x - 2z = -3$. Determinare:

1. un vettore direttore \bar{u} della retta r e un vettore direttore \bar{v} del piano α ;
2. il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra \bar{u} e \bar{v} ;
3. equazioni parametriche e cartesiane della retta s passante per P e per il punto $A \in r$ di ascissa nulla;
4. un'equazione del piano β passante per P e perpendicolare alla retta r ;
5. la posizione reciproca fra la retta r e il piano α .