

### Simulazione d'esame

1) Nel piano euclideo reale  $E_2$ , dati i punti  $A \equiv (1, -2)$ ,  $B \equiv (0, 3)$  e il vettore  $\bar{u} = (2, -1)$ , determinare:

1. equazioni parametriche e cartesiana della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ ;
2. un'equazione e il coefficiente angolare della retta  $s$  per  $A$  parallela a  $\bar{u}$ ;
3. equazioni parametriche della retta  $t$  per  $B$  e perpendicolare a  $r$ ;
4. la distanza del punto  $B$  dalla retta  $s$ ;

2) Dato il sistema lineare 
$$\begin{cases} 2x - z = 1 \\ -x + y + z = 0 \\ x + 2y - 2z = -3 \end{cases}$$
 di matrice incompleta  $A$  e matrice completa  $C$

1. dire quale relazione lega in generale il rango di  $A$  e il rango di  $C$ ;
2. calcolare il determinante di  $A$ ;
3. calcolare il rango di  $A$  e il rango di  $C$ ;
4. trovare le soluzioni del sistema.

1) Sia  $\Gamma$  la curva di rappresentazione parametrica  $\gamma = \begin{cases} x = t^2 - t \\ y = t - 1 \\ z = t^2 \end{cases}$ . Determinare:

1. i punti singolari e i punti stazionari di  $\Gamma$ ;
2. la retta tangente  $t$  e piano normale  $\pi$  nel punto  $P = \gamma(0)$ ;
3. curvatura  $K$  e torsione  $\tau$  nel punto  $P$ ;

4) Nello spazio euclideo  $E_3$  si considerino il punto  $P \equiv (1, -2, 1)$ , la retta  $r) \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$  e il piano  $\alpha) 5x - 2z = -3$ . Determinare:

1. un vettore direttore  $\bar{u}$  della retta  $r$  e un vettore direttore  $\bar{v}$  del piano  $\alpha$ ;
2. il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra  $\bar{u}$  e  $\bar{v}$ ;
3. equazioni parametriche e cartesiane della retta  $s$  passante per  $P$  e per il punto  $A \in r$  di ascissa nulla;
4. un'equazione del piano  $\beta$  passante per  $P$  e perpendicolare alla retta  $r$ ;
5. la posizione reciproca fra la retta  $r$  e il piano  $\alpha$ .