Simulazione d'esame II

1) Nel piano euclideo reale E_2, dati il punto $A \equiv (3, -1)$, il vettore $\bar{u} = (1, -2)$ e la retta $r : 2x - 5y = 1$, determinare:

- equazioni parametriche e cartesiana della retta s passante per A e parallela a $\bar{u}$;
- equazioni parametriche e cartesiana della retta t passante per A e perpendicolare a $\bar{u}$;
- il vettore direttore della retta r;
- la distanza del punto A dalla retta r;
- un punto C che appartiene a r e un punto D che non appartiene a r;
- le componenti del vettore CD.

2) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, determinare:

- gli elementi di posto (1, 2) delle matrici A, B e C;
- quali fra i prodotti AB e BA sono eseguibili e calcolarli;
- il rango e il determinante delle matrici A e AC;
- la matrice $CA - ({}^tB)B$. Scrivere il sistema di matrice incompleta A e vettore dei termini noti ${}^tB$.

1) Sia Γ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma = \begin{cases} x = 2t^2 - t^3 \\ y = e^t \\ z = t \end{cases}$.

- Classificare i punti di Γ;
- verificare che il punto $Q = (1, 0, 0)$ non appartiene alla curva;
- determinare il triedro di Frenet nel punto $P = \gamma(0)$;
- scrivere le equazioni della retta tangente t e del piano normale π alla curva nel punto P;

- stabilire, motivando la risposta, se la curva è contenuta in un piano.

4) Nello spazio euclideo E_3 si considerino i punti $P = (1, 0, -2)$ e $Q = (4, -2, 0)$, la retta $r) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 4x - z = -2 \end{cases}$ e il piano $\alpha)$ $x - z = -3$. Determinare:

- un vettore direttore $\bar{u}$ della retta r e un vettore direttore $\bar{v}$ del piano α;
- la posizione reciproca fra r e α;
- un vettore $\bar{v}$ perpendicolare a $\bar{u}$ e un vettore $\bar{w}$ parallelo a $\bar{u}$;
- equazioni parametriche e cartesiane della retta s passante per Q e parallela a r;
- un'equazione del piano β passante per P e perpendicolare alla retta r;
- la distanza fra i punti P e Q.