

Cognome:

Nome:

Ing.

Prova scritta di Geometria

Esercizio 1. (8 punti) (integrazione 4 CFU) Nel piano euclideo con riferimento cartesiano

$RC(O, \vec{i}, \vec{j})$ sono dati la retta $r : \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \end{cases}$ e il punto $A = (1, -1)$.

- (a) Scrivere una equazione cartesiana di r e determinarne il coefficiente angolare;
- (b) scrivere una equazione della retta s passante per A e parallela a r ;
- (c) scrivere una equazione della retta t passante per l'origine e perpendicolare a r ;
- (d) individuare il punto di intersezione fra le rette r e t
- (e) calcolare la distanza fra le rette r e s .

Esercizio 2. (8 punti) (integrazione 3, 4 CFU) Nello spazio euclideo, con riferimento

cartesiano $RC(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, sono dati il punto $P = (-1, 1, 0)$ e le rette $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$ e

$$s : \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}.$$

- (a) Scrivere un vettore direttore $\bar{u}$ di r e un vettore direttore v di s ;
- (b) calcolare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale fra $\bar{u}$ e $\bar{v}$;
- (c) determinare un punto A appartenente alla retta r e calcolare la norma del vettore $\bar{AP}$;
- (d) scrivere un'equazione cartesiana del piano π passante per P e perpendicolare a r ;
- (e) calcolare la distanza fra il piano π e la retta r .

Esercizio 3. (8 punti) (integrazione 2, 3, 4 CFU) Sia Γ la curva di rappresentazione

parametrica $\gamma = \begin{cases} x = e^t - t \\ y = 2t^2 \\ z = 1 \end{cases}$. Determinare:

- (a) i punti singolari e i punti stazionari di Γ ;
- (b) le coordinate del punto $Q = \gamma(0)$ e il vettore $\gamma'(0)$;
- (c) il versore tangente $\mathbf{t}$ del triedro di Frenet nel punto $P = \gamma(1)$;
- (d) retta tangente r nel punto P ;
- (e) la curvatura k nel punto P .

Esercizio 4. (8 punti) Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- (a) Calcolare il rango di A e il determinante di A ;
- (b) scrivere una matrice B 3×2 avente lo stesso rango di A ;
- (c) scrivere una matrice C 2×2 avente lo stesso determinante di A ;
- (d) scrivere la matrice $D = 2A \cdot A - A + ({}^t A)$
- (e) risolvere il sistema lineare omogeneo avente A come matrice incompleta.

Autorizzazione Il sottoscritto, ai sensi della vigente legge sulla privacy, autorizza la pubblicazione dell'esito di questa prova nel sito internet dell'Università di Chieti/Pescara. Firma.....