① $A=\begin{pmatrix}2&0\\1&-2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2&3&1&0\\-1&4&0&1\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}1&0&-3\\-1&1&2\\4&0&1\end{pmatrix}$

1) sistema di Cramer: matrice incompleta quadrata e regolare
A è quadrata, $\det A=-4\neq 0 \Rightarrow A$ può essere m. incompleta di un sistema di Cramer; per lo stesso motivo, anche C

2) sistema a gradino: matrice incompleta triangolare.
L'unica matrice triangolare fra quelle date è A

3) $S\begin{cases}2x=0\\x-2y=0\end{cases}$

S è un sistema omogeneo $\Rightarrow$ ha <u>almeno</u> la soluzione nulla: $x=0$, $y=0$

S è un sistema di Cramer $\Rightarrow$ ha <u>un'unica</u> soluzione

$\Downarrow$

S ha una e una sola soluzione, che è quella nulla $\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$

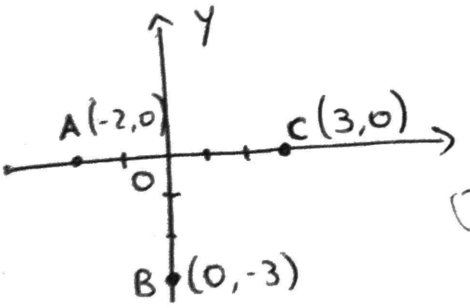
4) il n° di colonne della prima matrice deve essere uguale al n° di righe della seconda

$A_{2\times 2}\cdot B_{2\times 4}=\begin{pmatrix}2&0\\1&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&3&1&0\\-1&4&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&6&2&0\\4&-5&1&-2\end{pmatrix}_{2\times 4}$

$B_{2\times 4}\cdot A_{2\,2}$ non calcolabile ($4\neq 2$)

⑤ $\det C=\begin{vmatrix}1&0&-3\\-1&1&2\\4&0&1\end{vmatrix}=1+12=13$ $D=\begin{pmatrix}13&0\\0&1\end{pmatrix}$ ha $\det=\det C$

②



① $s: A,C\in s$ s è l'asse x, ha equazione $s)\ y=0$

② $t: B\in t,\ t\perp s$ t è l'asse y
$t)\ x=0$ o, in forma parametrica $\begin{cases}x=0\\y=\lambda\end{cases}$

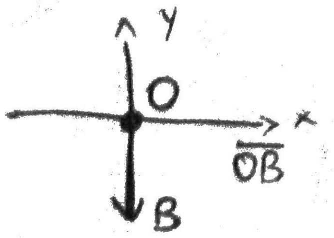
③ v una qualsiasi retta per C
$v\begin{cases}x=3+l\lambda\\y=0+m\lambda\end{cases}$ con l e m qualsiasi

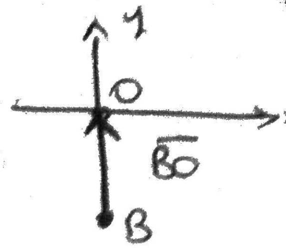
④ $d(B,s) = \|\overline{OB}\| = 3 = \frac{|3|}{\sqrt{1}} = 3$

⑤ $\overline{OB} = (x_B - x_0, y_B - y_0) = (0,-3)$

$\overline{BO} = -\overline{OB} = (x_0 - x_B, y_0 - y_B) = (0,3)$

$\|\overline{OB}\| = \|\overline{BO}\| = 3$





③ $\gamma \begin{cases} x = 2t-3 \\ y = t^2 \\ z = 4t^2 + 2t \end{cases}$

① • punti singolari. $\gamma'(t) = 0$

$\gamma'(t) = \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 2t \\ z' = 8t+2 \end{cases}$

$2 = 0$ impossibile

$\Downarrow$

non ci sono punti singolari

• punti di flesso: $\gamma''(t) = k\gamma'(t)$

$\gamma''(t) = \begin{cases} x'' = 0 \\ y'' = 2 \\ z'' = 8 \end{cases}$

$2 = k \cdot 0$ impossibile

$\Downarrow$

non ci sono punti di flesso

• punti stationari

$\det \begin{pmatrix} \gamma' \\ \gamma'' \\ \gamma''' \end{pmatrix} = 0$

$\gamma'''(t) = \begin{cases} x''' = 0 \\ y''' = 0 \\ z''' = 0 \end{cases}$

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 2t & 8t+2 \\ 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ tutti i punti sono stationari

② $\gamma(0) = (-3,0,0) = P$

$\gamma'(0) = (2,0,2)$ $\|\gamma'(0)\| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

③ $t(P) = \left(\frac{+2}{2\sqrt{2}}, 0, \frac{2}{2\sqrt{2}}\right) = \left(+\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

④ $\bar{u} : \bar{u} \cdot t = 0$ $\bar{u} = (0,1,1)$

⑤ $t \begin{cases} x = -3 + \lambda(2) \\ y = 0 + \lambda(0) \\ z = 0 + \lambda(2) \end{cases}$

$\uparrow$ P $\qquad$ $\uparrow$ $\gamma'(0)$

$\pi)$ $2(x+3) + 2(z) = 0$

$\pi)$ $x + 3 + z = 0$

④ $r \begin{cases} x+2y-z=1 \\ y=4 \end{cases}$ $\qquad \alpha)\ 3x-z=2$

①
$Q=(0,4,-7)\in r \qquad P(0,0,-2) \qquad \overline{QP}=\sqrt{16+25}=\sqrt{41}$

$y=4$
$\downarrow$
$x-z=1-8$
$x-z=-7$

se $x=0,\ z=-7$

②
$\bar{u}=\left(+\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\right)=(1,0,1)$

$\bar{v}=(3,0,-1)$

③ $\cos(\bar{u},\bar{v})=\dfrac{\bar{u}\cdot\bar{v}}{\|\bar{u}\|\,\|\bar{v}\|}=\dfrac{(1,0,1)\cdot(3,0,-1)}{\sqrt{1^2+1^2}\cdot\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{3-1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}=\dfrac{2}{\sqrt{20}}=\dfrac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

④ $r\cap\alpha \begin{cases} x+2y-z=1 \\ y=4 \\ 3x-z=2 \end{cases} \quad \begin{cases} y=4 \\ z=3x-2 \\ x+8-3x+2=1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=4 \\ z=3x-2 \\ 2x=9 \end{cases} \quad \begin{cases} x=9/2 \\ y=4 \\ z=\frac{23}{2} \end{cases}$

si può evitare di fare i conti: i vettori $\bar{u}$ e $\bar{v}$ non sono proporzionali, né perpendicolari, quindi piano e retta sono incidenti in un punto

$r\cap\alpha=A=\left(\frac{9}{2},4,\frac{23}{2}\right)$

⑤ $\beta: O=(0,0,0)\in\beta,\ \beta\parallel\alpha$

$\beta)\ 3(x-0)-1(z-0)=0$

$\beta)\ 3x-z=0$