Logica Matematica

Introduzione

prof. Gianluca Amato

Corso di Laurea in Economia e Informatica per l'Impresa

2 novembre 2020

Cos'è la logica

Definizione (Logica)

La logica (dal greco *logos*, ovvero "parola", "pensiero", "idea", "argomento", "ragione") è lo studio del ragionamento.

Esempio (Esempi di ragionamento)

Tutti gli uomini sono mortali.
Socrate è un uomo.
Dunque Socrate è mortale.

Tutti i genovesi sono liguri.
Napoleone non è genovese
Dunque Napoleone non è ligure.

Sono ragionamenti corretti?

Ogni numero intero è o pari o dispari
Il numero intero 3 non è pari
Dunque 3 è dispari.

Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio

Tutti gli uomini sono mortali.

Socrate è un uomo.

Dunque Socrate è mortale.

Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio

Inferenza →

Tutti gli uomini sono mortali.

Socrate è un uomo.

Dunque Socrate è mortale.

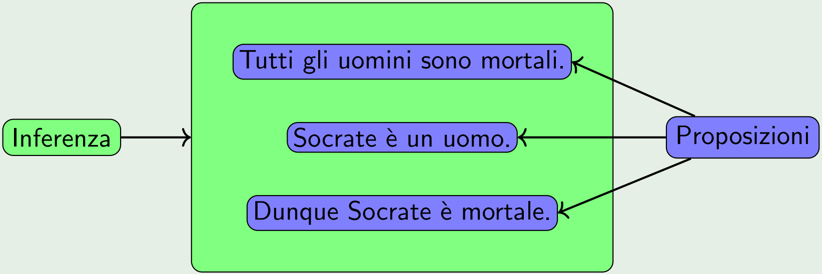
Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio



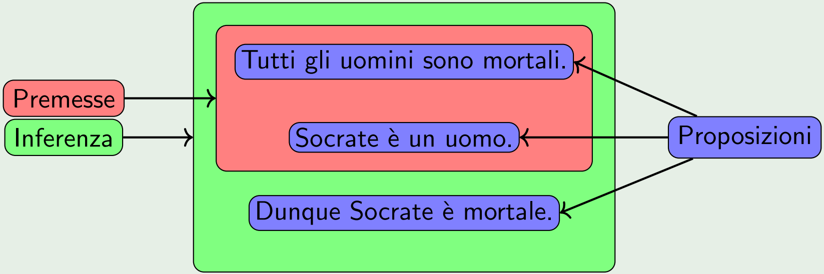
Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio



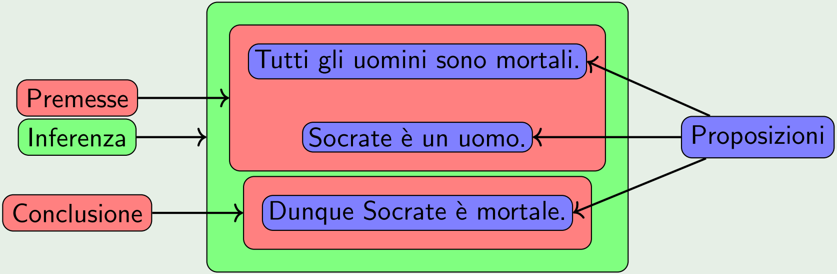
Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio



Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓o no? ✗)

- Elisa ama Massimo

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo?

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *descrizione*)
- Tutti gli uomini sono mortali

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *descrizione*)
- Tutti gli uomini sono mortali ✓
- Lazzaro, alzati e cammina!

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *descrizione*)
- Tutti gli uomini sono mortali ✓
- Lazzaro, alzati e cammina! ✗ (è un *ordine*)
- Quel ramo del lago di Como che volge a mezzogiorno

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *descrizione*)
- Tutti gli uomini sono mortali ✓
- Lazzaro, alzati e cammina! ✗ (è un *ordine*)
- Quel ramo del lago di Como che volge a mezzogiorno ✗ (è una *descrizione*)

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Non è necessario che sappiamo dire veramente se una proposizione è vera o falsa.

Esempio (Mancanza di contesto)

Luigi è più alto di Michele.

Se non sappiamo a chi ci riferiamo con Luigi e Michele, non sappiamo le proposizione è vera o falsa.

Esempio (Congettura di Goldbach)

Ogni numero pari maggiore di 2 può essere scritto come somma di due numeri primi (che possono essere anche uguali).

È stata verificata al calcolatore fino a $4 \cdot 10^{18}$, ma nessuno è mai riuscito a dimostrarla.

Valori di verità

Se una proposizione è vera, diciamo anche che assume il valore di verità vero (V). Analogamente, se una proposizione è falsa, diciamo anche che assume il valore di verità falso (F).

Definizione (Principio di bivalenza)

Una proposizione può assumere uno e uno solo dei due valori di verità: il vero (V) e il falso (F).

Nella vita quotidiana, questo principio non sempre si applica:

- è quasi certo che ...
- è probabile che ...
- sono abbastanza sicuro che ...

La logica si occupa anche di ragionamenti con incertezza, ma non lo faremo in questo corso.

Conseguenza logica

Definizione (Conseguenza logica)

Una proposizione C è conseguenza logica delle (o segue logicamente dalle) proposizioni $P_1, \ldots, P_n$ se e solo se non può mai verificarsi il caso che le proposizioni $P_1, \ldots, P_n$ sia vere e la proposizione C sia falsa.

(oppure, equivalentemente, se e solo se ogni volta che sono vere le proposizioni $P_1, \ldots, P_n$ è vera anche la conclusione C)

Esempio (Conseguenza logica)

Sia

- $P_1 =$ "Carlo è ligure o Stefano è piemontese"
- $P_2 =$ "Stefano non è piemontese"
- $C =$ "Carlo è ligure"

Allora C à conseguenza logica di P_1 e P_2.

Inferenze corrette

Definizione (Inferenza corretta)

Una inferenza è corretta se e solo se la conclusione è conseguenza logica delle premesse.

Esempio (Inferenza corretta)

Carlo è ligure o Stefano è piemontese
Stefano non è piemontese
Dunque, Carlo è ligure

$\Downarrow$ che in futuro scriveremo come

$$\frac{\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese} \qquad \textit{Stefano non è piemontese}}{\textit{Carlo è ligure}}$$

Inferenze e struttura sintattica (1)

Se rimpiazziamo “Carlo è ligure” e “Stefano è piemontese” con altre proposizioni, otteniamo altre inferenze corrette: quella che importa è solo la struttura sintattica delle proposizioni.

Esempio

$$\frac{\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese} \qquad \textit{Stefano non è piemontese}}{\textit{Carlo è ligure}}$$

$$\frac{\textit{Il maggiordomo è colpevole, oppure la cameriera è colpevole.} \qquad \textit{La cameriera non è colpevole}}{\textit{Il maggiordomo è colpevole}}$$

$$\frac{\textit{Marcello è matematico o fisico} \qquad \textit{Marcello non è fisico}}{\textit{Marcello è matematico}}$$

Per l'ultima inferenza, notate che dire “Marcello è matematico o fisico” è solo un modo compatto per dire “Marcello è matematico o Marcello è fisico”.

Inferenze e struttura sintattica (2)

Un esempio ancora più complesso:

Esempio

O due buchi neri si sono scontrati,
oppure il rivelatore di onde gravitazionali è rotto.
Il rivelatore di onde gravitazionali non è rotto.

Due buchi neri si sono scontrati.

Se un fisico vi desse questa spiegazione del suo esperimento, potreste anche domandarvi perplessi cosa siano le onde gravitazionali, ma non avreste difficoltà a seguire la logica del suo ragionamento.

Inferenze e struttura sintattica (2)

Un esempio ancora più complesso:

Esempio

O due buchi neri si sono scontrati,
oppure il rivelatore di onde gravitazionali è rotto.
Il rivelatore di onde gravitazionali non è rotto.

Due buchi neri si sono scontrati.

Se un fisico vi desse questa spiegazione del suo esperimento, potreste anche domandarvi perplessi cosa siano le onde gravitazionali, ma non avreste difficoltà a seguire la logica del suo ragionamento.

La correttezza di una inferenza non dipende dalla verità delle proposizioni che la compongono, ma dalla sua "forma logica".

Regole di inferenza

Mettiamo in evidenza la forma logica dell'inferenza.

Usiamo delle lettere proposizionali, al posto delle proposizioni:

A = "Carlo è ligure" B = "Stefano è piemontese"

otteniamo

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese}\\ \textit{Stefano non è piemontese}\end{array}}{\textit{Carlo è ligure}} \longrightarrow \frac{\begin{array}{c}A \text{ o } B\\ \text{non } B\end{array}}{A}$$

Mettiamo in evidenza la forma logica dell'inferenza.

Usiamo delle lettere proposizionali, al posto delle proposizioni:

A = "Carlo è ligure"   B = "Stefano è piemontese"

otteniamo

$$\frac{\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese} \quad \textit{Stefano non è piemontese}}{\textit{Carlo è ligure}} \longrightarrow \frac{A \text{ o } B \quad \text{non } B}{A}$$

Regola di inferenza

Definizione (Regola di inferenza)

Una inferenza in cui usiamo lettere proposizionali invece di proposizioni vere e proprie prende il nome di regola di inferenza.

Regole di inferenza corrette

Una regola di inferenza sta per tutte le inferenze che si possono ottenere rimpiazzando le lettere proposizionali con delle proposizioni.

Le inferenze ottenute in questo modo si chiamano istanze della regola.

Se una regola è corretta, tutte le istanze lo sono.

Esempio

La regola di inferenza

$$\frac{\begin{array}{c} A \text{ o } B \\ \text{non } B \end{array}}{A}$$

chiamata regola del sillogismo disgiuntivo è corretta, quindi

$$\frac{\begin{array}{c} \textit{Il maggiordomo è colpevole, oppure la cameriera è colpevole.} \\ \textit{La cameriera non è colpevole} \end{array}}{\textit{Il maggiordomo è colpevole}}$$

è corretta.

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

La regola del sillogismo disgiuntivo è corretta. . . ma consideriamo queste istanze:

$$\begin{array}{c} \textit{3 è pari o 3 è primo} \\ \textit{3 non è primo} \\ \hline \textit{3 è pari} \end{array} \longleftarrow \begin{array}{c} A \text{ o } B \\ \text{non } B \\ \hline A \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} \textit{3 è dispari oppure 3 è primo} \\ \textit{3 non è primo} \\ \hline \textit{3 è dispari} \end{array}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

La regola del sillogismo disgiuntivo è corretta. . . ma consideriamo queste istanze:

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{3 è pari o 3 è primo}\\ \textit{3 non è primo}\end{array}}{\textit{3 è pari}} \longleftarrow \frac{\begin{array}{c}A \textit{ o } B\\ \textit{non } B\end{array}}{A} \longrightarrow \frac{\begin{array}{c}\textit{3 è dispari oppure 3 è primo}\\ \textit{3 non è primo}\end{array}}{\textit{3 è dispari}}$$

In ogni caso, l'inferenza che si ottiene è corretta. Ripetiamolo: la correttezza di una inferenza non dipende dalla verità effettiva delle proposizioni che la compongono.

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

La regola del sillogismo disgiuntivo è corretta. . . ma consideriamo queste istanze:

$$\begin{array}{c} \textit{3 è pari o 3 è primo} \\ \textit{3 non è primo} \\ \hline \textit{3 è pari} \end{array} \longleftarrow \begin{array}{c} A \textit{ o } B \\ \textit{non } B \\ \hline A \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} \textit{3 è dispari oppure 3 è primo} \\ \textit{3 non è primo} \\ \hline \textit{3 è dispari} \end{array}$$

In ogni caso, l'inferenza che si ottiene è corretta. Ripetiamolo: la correttezza di una inferenza non dipende dalla verità effettiva delle proposizioni che la compongono.

Applicando una regola di inferenze corretta, se le premesse sono vere, la conclusione è vera. Ma se le premesse non sono vere, la conclusione può essere sia vera che falsa.

Un'altra regola corretta: modus ponens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure}\\ \textit{Fabio è genovese}\end{array}}{\textit{Fabio è ligure}}$$

Un'altra regola corretta: modus ponens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \qquad \textit{Fabio è genovese}}{\textit{Fabio è ligure}}$$

Si generalizza nella regola:

$$\frac{\textit{Se } A \textit{ allora } B \qquad A}{B}$$

detta regola del modus ponens. Vedi anche:

$$\frac{\textit{Se sono colpevole devo essere punito} \qquad \textit{Sono colpevole}}{\textit{Devo essere punito}}$$

Un'altra regola corretta: modus tollens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure}\\ \textit{Fabio non è ligure}\end{array}}{\textit{Fabio non è genovese}}$$

Un'altra regola corretta: modus tollens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \quad \textit{Fabio non è ligure}}{\textit{Fabio non è genovese}}$$

Si generalizza nella regola:

$$\frac{\textit{Se } A \textit{ allora } B \quad \textit{non } B}{\textit{non } A}$$

detta regola del modus tollens. Vedi anche:

$$\frac{\textit{Se sono colpevole devo essere punito} \quad \textit{Non devo essere punito}}{\textit{Non sono colpevole}}$$

Fallacia della negazione dell'antecedente (1)

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se sono un ladro allora devo essere punito}\\ \textit{Non sono un ladro}\end{array}}{\textit{Non devo essere punito}}$$

Fallacia della negazione dell'antecedente (1)

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se sono un ladro allora devo essere punito}\\ \textit{Non sono un ladro}\end{array}}{\textit{Non devo essere punito}}$$

che si generalizza nella regola

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se } A \textit{ allora } B\\ \textit{non } A\end{array}}{\textit{non } B}$$

È corretta?

Fallacia della negazione dell'antecedente (2)

All'apparenza lo sembra, ma consideriamo un'altra istanza della regola.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure}\\ \textit{Fabio non è genovese}\end{array}}{\textit{Fabio non è ligure}}$$

È corretta?

Fallacia della negazione dell'antecedente (2)

All'apparenza lo sembra, ma consideriamo un'altra istanza della regola.

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \quad \textit{Fabio non è genovese}}{\textit{Fabio non è ligure}}$$

È corretta?

Questa regola è falsa: pensate al caso in cui Fabio sia nato a Savona.

Fallacia della negazione dell'antecedente (2)

All'apparenza lo sembra, ma consideriamo un'altra istanza della regola.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \checkmark \\ \textit{Fabio non è genovese}\end{array}}{\textit{Fabio non è ligure}}$$

È corretta?

Questa regola è falsa: pensate al caso in cui Fabio sia nato a Savona.

Fallacia della negazione dell'antecedente (2)

All'apparenza lo sembra, ma consideriamo un'altra istanza della regola.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \checkmark\\ \textit{Fabio non è genovese} \checkmark\end{array}}{\textit{Fabio non è ligure}}$$

È corretta?

Questa regola è falsa: pensate al caso in cui Fabio sia nato a Savona.

Fallacia della negazione dell'antecedente (2)

All'apparenza lo sembra, ma consideriamo un'altra istanza della regola.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure } \checkmark \\ \textit{Fabio non è genovese } \checkmark\end{array}}{\textit{Fabio non è ligure } \text{✗}}$$

È corretta?

Questa regola è falsa: pensate al caso in cui Fabio sia nato a Savona.

Fallacia della negazione dell'antecedente (2)

All'apparenza lo sembra, ma consideriamo un'altra istanza della regola.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \checkmark \\ \textit{Fabio non è genovese} \checkmark\end{array}}{\textit{Fabio non è ligure} \text{ ✗}}$$

È corretta?

Questa regola è falsa: pensate al caso in cui Fabio sia nato a Savona.

Abbiamo trovato un controesempio. L'inferenza non è corretta.

Fallacia della negazione dell'antecedente (2)

All'apparenza lo sembra, ma consideriamo un'altra istanza della regola.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure } \checkmark \\ \textit{Fabio non è genovese } \checkmark\end{array}}{\textit{Fabio non è ligure } ✗}$$

È corretta?

Questa regola è falsa: pensate al caso in cui Fabio sia nato a Savona.

Abbiamo trovato un controesempio. L'inferenza non è corretta.

Ed infatti, se ci pensiamo bene, non è corretta neanche la prima regola di inferenza: magari non sono un ladro, ma devo essere punito per qualche altro motivo.

Fallacia dell'affermazione del conseguente

Consideriamo questa inferenza...

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se manca la benzina, allora l'auto non parte}\\ \textit{L'auto non parte}\end{array}}{\textit{Manca la benzina}}$$

Fallacia dell'affermazione del conseguente

Consideriamo questa inferenza...

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se manca la benzina, allora l'auto non parte}\\ \textit{L'auto non parte}\end{array}}{\textit{Manca la benzina}}$$

che si generalizza nella regola

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se A allora B}\\ B\end{array}}{A}$$

e questa...

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure}\\ \textit{Fabio è ligure}\end{array}}{\textit{Fabio è genovese}}$$

Fallacia dell'affermazione del conseguente

Consideriamo questa inferenza...

$$\frac{\textit{Se manca la benzina, allora l'auto non parte} \qquad \textit{L'auto non parte}}{\textit{Manca la benzina}}$$

che si generalizza nella regola

$$\frac{\textit{Se } A \textit{ allora } B \qquad B}{A}$$

e questa...

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \qquad \textit{Fabio è ligure}}{\textit{Fabio è genovese}}$$

Anche se la prima può sembrarci corretta (ma non lo è, potrei dover essere punito per qualche altro motivo), non è corretta.

Regole di inferenza a livello predicativo

Negli esempi visti prima, le regole di inferenza sono a livello proposizionale: la loro verità dipende dai legami tra le proposizioni.

Queste inferenze sono più complesse:

$$\frac{\textit{Napoleone è corso} \qquad \textit{Tutti i corsi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

$$\frac{\textit{Socrate è un uomo} \qquad \textit{Tutti gli uomini sono mortali}}{\textit{Socrate è mortale}}$$

ma hanno la stessa forma logica e corrispondono alla regola

$$\frac{P\ a \qquad \textit{per ogni}\ x, \textit{se}\ P\ x\ \textit{allora}\ Q\ x}{Q\ a}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per il caso proposizionale, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\begin{array}{c} \textit{Napoleone è francese} \\ \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi} \\ \hline \textit{Napoleone è abruzzese} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textit{Napoleone è genovese} \\ \textit{Tutti i genovesi sono cinesi} \\ \hline \textit{Napoleone è cinese} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textit{Napoleone è londinese} \\ \textit{Tutti i londinesi sono inglesi} \\ \hline \textit{Napoleone è inglese} \end{array}$$

NON C'È

$$\begin{array}{c} \textit{Napoleone è francese} \\ \textit{Tutti i francesi sono corsi} \\ \hline \textit{Napoleone è corso} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textit{Napoleone è cinese} \\ \textit{Tutti i cinesi sono francesi} \\ \hline \textit{Napoleone è francese} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textit{Napoleone è parigino} \\ \textit{Tutti i parigini sono francesi} \\ \hline \textit{Napoleone è francese} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \textit{Napoleone è corso} \\ \textit{Tutti i corsi sono francesi} \\ \hline \textit{Napoleone è francese} \end{array}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per il caso proposizionale, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è francese } \checkmark \\ \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi } ✗\end{array}}{\textit{Napoleone è abruzzese } ✗}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è francese } \checkmark \\ \textit{Tutti i francesi sono corsi } ✗\end{array}}{\textit{Napoleone è corso } \checkmark}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è genovese} \\ \textit{Tutti i genovesi sono cinesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è cinese}}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è cinese} \\ \textit{Tutti i cinesi sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è londinese} \\ \textit{Tutti i londinesi sono inglesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è inglese}}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è parigino} \\ \textit{Tutti i parigini sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

NON C'È

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è corso} \\ \textit{Tutti i corsi sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per il caso proposizionale, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \quad \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è abruzzese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \quad \textit{Tutti i francesi sono corsi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è corso } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è genovese } \text{✗} \quad \textit{Tutti i genovesi sono cinesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗} \quad \textit{Tutti i cinesi sono francesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è francese } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è londinese} \quad \textit{Tutti i londinesi sono inglesi}}{\textit{Napoleone è inglese}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è parigino} \quad \textit{Tutti i parigini sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

NON C'È

$$\frac{\textit{Napoleone è corso} \quad \textit{Tutti i corsi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per il caso proposizionale, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è francese} ✓\\ \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi} ✗\end{array}}{\textit{Napoleone è abruzzese} ✗}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è francese} ✓\\ \textit{Tutti i francesi sono corsi} ✗\end{array}}{\textit{Napoleone è corso} ✓}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è genovese} ✗\\ \textit{Tutti i genovesi sono cinesi} ✗\end{array}}{\textit{Napoleone è cinese} ✗}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è cinese} ✗\\ \textit{Tutti i cinesi sono francesi} ✗\end{array}}{\textit{Napoleone è francese} ✓}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è londinese} ✗\\ \textit{Tutti i londinesi sono inglesi} ✓\end{array}}{\textit{Napoleone è inglese} ✗}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è parigino} ✗\\ \textit{Tutti i parigini sono francesi} ✓\end{array}}{\textit{Napoleone è francese} ✓}$$

NON C'È

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è corso}\\ \textit{Tutti i corsi sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per il caso proposizionale, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \quad \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è abruzzese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \quad \textit{Tutti i francesi sono corsi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è corso } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è genovese } \text{✗} \quad \textit{Tutti i genovesi sono cinesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗} \quad \textit{Tutti i cinesi sono francesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è francese } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è londinese } \text{✗} \quad \textit{Tutti i londinesi sono inglesi } \checkmark}{\textit{Napoleone è inglese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è parigino } \text{✗} \quad \textit{Tutti i parigini sono francesi } \checkmark}{\textit{Napoleone è francese } \checkmark}$$

NON C'È

$$\frac{\textit{Napoleone è corso } \checkmark \quad \textit{Tutti i corsi sono francesi } \checkmark}{\textit{Napoleone è francese } \checkmark}$$

Ragionamenti e inferenze

Sebbene abbiamo detto che la logica è lo studio del ragionamento, noi preferiamo non usare questo termine, perché:

1. ci aspettiamo che le premesse di un ragionamento contengano delle motivazioni a sostegno di una verità. Considereremmo queste inferenze convincenti?

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese} \qquad \textit{Tutti i cinesi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}} \qquad \frac{\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese} \qquad \textit{Stefano non è piemontese}}{\textit{Carlo è ligure}}$$

2. anche ignorando il punto di cui sopra, le inferenze colgono solo un tipo di ragionamento, chiamato ragionamento deduttivo. Ma ce n'è altri!

Altri tipi di ragionamento

Ragionamento induttivo

$$\frac{\textit{Tutti i corvi finora osservati sono neri}}{\textit{Tutti i corvi sono neri}}$$

Ragionamento abduttivo

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{L'assassino ha lasciato tracce di fango}\\ \textit{Chiunque fosse entrato dal giardino, avrebbe lasciato tracce di fango}\end{array}}{\textit{L'assassino è entrato dal giardino}}$$

Ragionamento per default (o per difetto)

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Normalmente i polacchi non sanno parlare italiano}\\ \textit{Karol è polacco}\end{array}}{\textit{Karol non sa parlare italiano}}$$

Inferenze e monotonia

Tutti i tipi di ragionamento visti pocanzi non sono monotòni: nuove premesse possono trasformare la conclusione del ragionamento.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Normalmente i polacchi non sanno parlare italiano}\\ \textit{Karol è polacco}\\ \textit{Karol ha vissuto 20 anni in Italia}\\ \textit{Quasi sicuramente chi vive più di 10 anni in Italia sa parlare italiano}\end{array}}{\textit{Karol sa parlare italiano}}$$

Invece le inferenze (e i ragionamenti deduttivi) sono monotòni. Se aggiungo nuove premesse, l'inferenza rimane corretta.

Per questo l'inferenza è il meccanismo principale delle dimostrazioni matematiche.

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

$$\frac{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

Deduzione

$$\frac{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

Deduzione

$$\frac{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

Induzione

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

Deduzione

$$\frac{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

Induzione

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

Abduzione