

**Prova scritta di Matematica Generale CLEA (9 CFU)  
del 13/01/2017**

*L'esercizio 1 va svolto perfettamente prima di passare agli altri.  
In presenza di errori nell'esercizio 1, il compito verrà considerato insufficiente.*

**Esercizio 1:** Dati gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 + \log(-x) \in \mathbb{R}\} \quad B = I(-2,3) \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 + 3x \leq 5\} \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt[4]{2x^2 - 2} \in \mathbb{R}\}$$

- 1) dire, motivando le risposte, se  $C \subseteq B$  e  $A \subseteq D$ .
- 2) determinare sul piano cartesiano l'insieme  $C \times B$ ;
- 3) determinare  $C \cup B$ ,  $B \cap D$  e  $D \setminus A$ .

**Esercizio 2:** Data la funzione  $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x+2}\right)$  determinare:

- 1) il dominio di  $f(x)$ ;
- 2) il segno di  $f(x)$ ;
- 3) gli eventuali asintoti di  $f(x)$ ;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza di  $f(x)$ ;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali di  $f(x)$ ;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi di  $f(x)$ ;
- 7) il grafico di  $f(x)$ ;
- 8) l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto  $(0, -\ln(2))$ .

**Esercizio 3:** Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{5x}$  e dall'asse delle  $x$ , in corrispondenza dell'intervallo  $(1, e)$ .

**Esercizio 4:** Calcolare gli integrali  $\int 2xe^{2x} dx$  e  $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+6} dx$

**Esercizio 5:** Data il sistema

$$\begin{cases} x + 3y - z = -1 \\ 2y + z = 2 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

se si indica con  $A$  la matrice dei coefficienti

1. calcolare il determinante  $\det A$  e il rango  $\text{rk} A$ ;
2. dire, motivando la risposta, se  $A$  è invertibile;
3. dire, motivando la risposta, se il sistema ammette soluzioni. (*Facoltativo*: In caso di esistenza, calcolare le soluzioni con il metodo di Cramer)