

**Prova scritta di Matematica Generale CLEA (9 CFU)
del 13/01/2017**

*L'esercizio 1 va svolto perfettamente prima di passare agli altri.
In presenza di errori nell'esercizio 1, il compito verrà considerato insufficiente.*

Esercizio 1: Dati gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 + \log(-x) \in \mathbb{R}\} \quad B = I(-2,3) \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 + 3x \leq 5\} \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt[4]{2x^2 - 2} \in \mathbb{R}\}$$

- 1) dire, motivando le risposte, se $C \subseteq B$ e $A \subseteq D$.
- 2) determinare sul piano cartesiano l'insieme $C \times B$;
- 3) determinare $C \cup B$, $B \cap D$ e $D \setminus A$.

Esercizio 2: Data la funzione $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x+2}\right)$ determinare:

- 1) il dominio di $f(x)$;
- 2) il segno di $f(x)$;
- 3) gli eventuali asintoti di $f(x)$;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza di $f(x)$;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali di $f(x)$;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi di $f(x)$;
- 7) il grafico di $f(x)$;
- 8) l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto $(0, -\ln 2)$.

Esercizio 3: Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x) = \frac{x^2 - 4}{5x}$ e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $(1, e)$.

Esercizio 4: Calcolare gli integrali $\int 2xe^{2x} dx$ e $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+6} dx$

Esercizio 5: Data il sistema

$$\begin{cases} x + 3y - z = -1 \\ 2y + z = 2 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

se si indica con A la matrice dei coefficienti

1. calcolare il determinante $\det A$ e il rango $\text{rk} A$;
2. dire, motivando la risposta, se A è invertibile;
3. dire, motivando la risposta, se il sistema ammette soluzioni. (*Facoltativo*: In caso di esistenza, calcolare le soluzioni con il metodo di Cramer)

Esercizio 6: Data la funzione $f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$ determinarne il dominio e gli eventuali punti critici, studiandone la natura.