Logica Matematica

Introduzione

prof. Gianluca Amato

Corso di Laurea in Economia e Informatica per l'Impresa

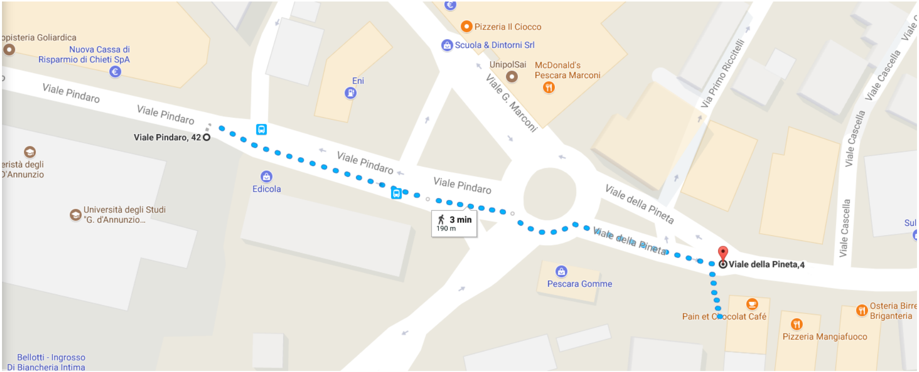
14 settembre 2017

Presentazione del docente

prof. Gianluca Amato — Dipartimento di Economia Aziendale

ricevimento
mercoledì 9:00-11:00
nel mio ufficio in viale della Pineta 4
Dipartimento di Economia

email
`gianluca.amato@unich.it`



Presentazione del corso

Fondamenti di informatica (9 CFU)

1. Architettura e sistemi operativi – 6 CFU (prof. Vincenzo Acciaro)
2. Logica matematica – 3 CFU (prof. Gianluca Amato)

Sito web del corso
Sul sito FAD (`fad.unich.it`) del CLEII, oppure direttamente all'indirizzo:
`https://fad.unich.it/course/view.php?id=98`

Bisogna registrarsi al sito e iscriversi al corso (potete farlo anche se non siete ancora iscritti formalmente all'università)

Libro di testo
Dario Palladino
Corso di logica: introduzione elementare al calcolo dei predicati (nuova edizione)
Carocci editore

Cos'è la logica

Definizione (Logica)

La logica (dal greco *logos*, ovvero "parola", "pensiero", "idea", "argomento", "ragione") è lo studio del ragionamento.

Esempio (Esempi di ragionamento)

Tutti gli uomini sono mortali.
Socrate è un uomo.
Dunque Socrate è mortale.

Tutti i genovesi sono liguri.
Napoleone non è genovese
Dunque Napoleone non è ligure.

Ogni numero intero è o pari o dispari
Il numero intero 3 non è pari
Dunque 3 è dispari.

Sono ragionamenti corretti?

Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio

Tutti gli uomini sono mortali.

Socrate è un uomo.

Dunque Socrate è mortale.

Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio

Inferenza →

Tutti gli uomini sono mortali.

Socrate è un uomo.

Dunque Socrate è mortale.

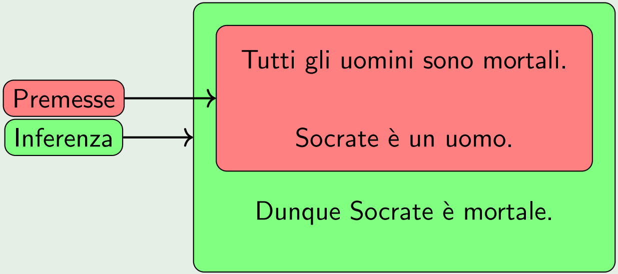
Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio



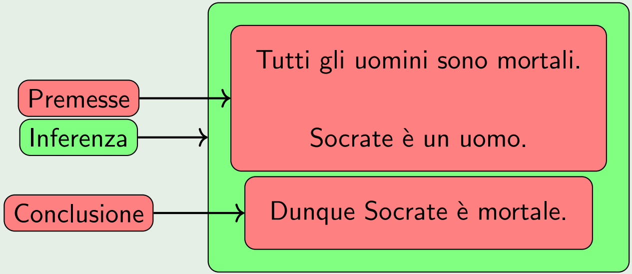
Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio



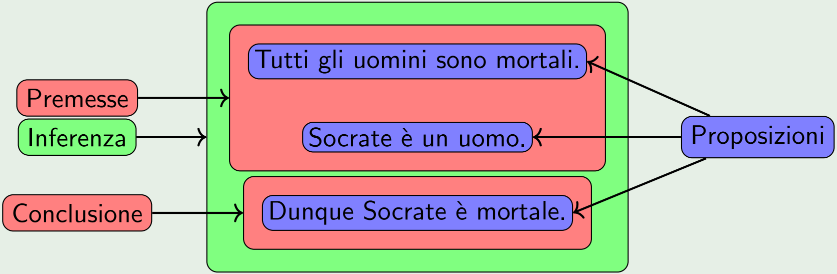
Inferenze

Il termine *ragionamento* è un po' vago. Noi ci occupiamo di una forma particolare di ragionamento chiamato inferenza.

Definizione (Inferenza)

Una inferenza è una sequenza di proposizioni di cui l'ultima è ottenuta come conclusione delle rimanenti, che si assumono come premesse.

Esempio



Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo?

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *nome*)
- Tutti gli uomini sono mortali

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *nome*)
- Tutti gli uomini sono mortali ✓
- Lazzaro, alzati e cammina!

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *nome*)
- Tutti gli uomini sono mortali ✓
- Lazzaro, alzati e cammina! ✗ (è un *ordine*)
- Quel ramo del lago di come che volge a mezzogiorno

Proposizioni

Definizione (Proposizione)

Una proposizione è una qualsiasi espressione linguistica per la quale ha senso chiedersi se sia vera o falsa.

Esempio (Proposizioni ✓ o no? ✗)

- Elisa ama Massimo ✓
- Elisa ama Massimo? ✗ (è una *domanda*)
- $4 + 2 = 6$ ✓
- $4 + 2 = 5$ ✓ (è falsa, ma è comunque una proposizione)
- $3 + 5^2$ ✗ (è una *nome*)
- Tutti gli uomini sono mortali ✓
- Lazzaro, alzati e cammina! ✗ (è un *ordine*)
- Quel ramo del lago di come che volge a mezzogiorno ✗ (è un *nome*)

Valori di verità

Se una proposizione è vera, diciamo anche che assume il valore di verità vero (V). Analogamente, se una proposizione è falsa, diciamo anche che assume il valore di verità falso (F).

Definizione (Principio di bivalenza)

Una proposizione può assumere uno e uno solo dei due valori di verità: il vero (V) e il falso (F).

Nella vita quotidiana, questo principio non sempre si applica:

- è quasi certo che ...
- è probabile che ...
- sono abbastanza sicuro che ...

La logica si occupa anche di ragionamenti con incertezza, ma non lo faremo in questo corso.

Conseguenza logica

Definizione (Conseguenza logica)

Una proposizione C è conseguenza logica delle (o segue logicamente dalle) proposizioni $P_1, \ldots, P_n$ se e solo se non può mai verificarsi il caso che le proposizioni $P_1, \ldots, P_n$ sia vere e la proposizione C sia falsa.

(oppure, equivalentemente, se e solo se ogni volta che sono vere le proposizioni $P_1, \ldots, P_n$ è vera anche la conclusione C)

Esempio (Conseguenza logica)

Sia

- $P_1 =$ "Carlo è ligure o Stefano è piemontese"
- $P_2 =$ "Stefano non è piemontese"
- $C =$ "Carlo è ligure"

Allora C à conseguenza logica di P_1 e P_2.

Inferenze corrette

Definizione (Inferenza corretta)

Una inferenza è corretta se e solo se la conclusione è conseguenza logica delle premesse.

Esempio (Inferenza corretta)

Carlo è ligure o Stefano è piemontese
Stefano non è piemontese
Dunque, Carlo è ligure

$\Downarrow$ che in futuro scriveremo come

$$\frac{\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese} \qquad \textit{Stefano non è piemontese}}{\textit{Carlo è ligure}}$$

Inferenze e struttura sintattica

Se rimpiazziamo “Carlo è ligure” e “Stefano è piemontese” con altre proposizioni, otteniamo altre inferenze corrette: quella che importa è solo la struttura sintattica delle proposizioni.

Esempio

$$\frac{\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese} \quad \textit{Stefano non è piemontese}}{\textit{Carlo è ligure}}$$

$$\frac{\textit{Il maggiordomo è colpevole, oppure la cameriera è colpevole.} \quad \textit{La cameriera non è colpevole}}{\textit{Il maggiordomo è colpevole}}$$

$$\frac{\textit{Marcello è matematico o fisico} \quad \textit{Marcello non è fisico}}{\textit{Marcello è matematico}}$$

Per l'ultima inferenza, notate che dire “Marcello è matematico o fisico” è solo un modo compatto per dire “Marcello è matematico o Marcello è fisico”.

Regole di inferenza

Mettiamo in evidenza la forma logica dell'inferenza.

Usiamo delle lettere proposizionali, al posto delle proposizioni:

A = "Carlo è ligure"   B = "Stefano è piemontese"

otteniamo

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese}\\ \textit{Stefano non è piemontese}\end{array}}{\textit{Carlo è ligure}} \longrightarrow \frac{\begin{array}{c}A \text{ o } B\\ \text{non } B\end{array}}{A}$$

Regole di inferenza

Mettiamo in evidenza la forma logica dell'inferenza.

Usiamo delle lettere proposizionali, al posto delle proposizioni:

A = "Carlo è ligure"   B = "Stefano è piemontese"

otteniamo

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese}\\ \textit{Stefano non è piemontese}\end{array}}{\textit{Carlo è ligure}} \longrightarrow \dfrac{\begin{array}{c}A \text{ o } B\\ \text{non } B\end{array}}{A}$$

Regola di inferenza

Definizione (Regola di inferenza)

Una inferenza in cui usiamo lettere proposizionali invece di proposizioni vere e proprie prende il nome di regola di inferenza.

Regole di inferenza corrette

Una regola di inferenza sta per tutte le inferenze che si possono ottenere rimpiazzando le lettere proposizionali con delle proposizioni.

Le inferenze ottenute in questo modo si chiamano istanze della regola.

Se una regola è corretta, tutte le istanze lo sono.

Esempio

La regola di inferenza

$$\frac{\begin{array}{c} A \text{ o } B \\ \text{non } B \end{array}}{A}$$

chiamata regola del sillogismo disgiuntivo è corretta, quindi

$$\frac{\begin{array}{c} \textit{Il maggiordomo è colpevole, oppure la cameriera è colpevole.} \\ \textit{La cameriera non è colpevole} \end{array}}{\textit{Il maggiordomo è colpevole}}$$

è corretta.

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

La regola del sillogismo disgiuntivo è corretta... ma consideriamo queste istanze:

$$\dfrac{\textit{3 è pari o 3 è primo} \qquad \textit{3 non è primo}}{\textit{3 è pari}} \;\longleftarrow\; \dfrac{A \text{ o } B \qquad \text{non } B}{A} \;\longrightarrow\; \dfrac{\textit{Totti è francese o tedesco} \qquad \textit{Totti non è tedesco}}{\textit{Totti è francese}}$$

Applicando una regola di inferenze corretta, se le premesse sono vere, la conclusione è vera. Ma se le premesse non sono vere, la conclusione potrebbe anche essere falsa.

Un'altra regola corretta: modus ponens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \qquad \textit{Fabio è genovese}}{\textit{Fabio è ligure}}$$

Un'altra regola corretta: modus ponens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \qquad \textit{Fabio è genovese}}{\textit{Fabio è ligure}}$$

Si generalizza nella regola:

$$\frac{\textit{Se } A \textit{ allora } B \qquad A}{B}$$

detta regola del modus ponens. Vedi anche:

$$\frac{\textit{Se sono colpevole devo essere punito} \qquad \textit{Sono colpevole}}{\textit{Devo essere punito}}$$

Un'altra regola corretta: modus tollens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure}\\ \textit{Fabio non è ligure}\end{array}}{\textit{Fabio non è genovese}}$$

Un'altra regola corretta: modus tollens

Consideriamo l'inferenza

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \quad \textit{Fabio non è ligure}}{\textit{Fabio non è genovese}}$$

Si generalizza nella regola:

$$\frac{\textit{Se } A \textit{ allora } B \quad \textit{non } B}{\textit{non } A}$$

detta regola del modus tollens. Vedi anche:

$$\frac{\textit{Se sono colpevole devo essere punito} \quad \textit{Non devo essere punito}}{\textit{Non sono colpevole}}$$

Fallacia della negazione dell'antecedente

Consideriamo questa regola di inferenza...

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se sono colpevole devo essere punito}\\ \textit{Non sono colpevole}\end{array}}{\textit{Non devo essere punito}}$$

Fallacia della negazione dell'antecedente

Consideriamo questa regola di inferenza...

$$\frac{\textit{Se sono colpevole devo essere punito} \qquad \textit{Non sono colpevole}}{\textit{Non devo essere punito}}$$

e questa...

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \qquad \textit{Fabio non è genovese}}{\textit{Fabio non è ligure}}$$

Fallacia della negazione dell'antecedente

Consideriamo questa regola di inferenza...

$$\frac{\textit{Se sono colpevole devo essere punito} \quad \textit{Non sono colpevole}}{\textit{Non devo essere punito}}$$

e questa...

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \quad \textit{Fabio non è genovese}}{\textit{Fabio non è ligure}}$$

Anche se la prima può sembrarci corretta (ma non lo è, potrei dover essere punito per qualche altro motivo), la seconda evidenzia che la regola

$$\frac{\textit{Se } A \textit{ allora } B \quad \textit{non } A}{\textit{non } B}$$

non è corretta.

Fallacia dell'affermazione del conseguente

Consideriamo questa regola di inferenza. . .

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se manca la benzina, allora l'auto non parte}\\ \textit{L'auto non parte}\end{array}}{\textit{Manca la benzina}}$$

Fallacia dell'affermazione del conseguente

Consideriamo questa regola di inferenza...

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se manca la benzina, allora l'auto non parte}\\ \textit{L'auto non parte}\end{array}}{\textit{Manca la benzina}}$$

e questa...

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure}\\ \textit{Fabio è ligure}\end{array}}{\textit{Fabio è genovese}}$$

Fallacia dell'affermazione del conseguente

Consideriamo questa regola di inferenza...

$$\frac{\textit{Se manca la benzina, allora l'auto non parte} \quad \textit{L'auto non parte}}{\textit{Manca la benzina}}$$

e questa...

$$\frac{\textit{Se Fabio è genovese, allora Fabio è ligure} \quad \textit{Fabio è ligure}}{\textit{Fabio è genovese}}$$

Anche se la prima può sembrarci corretta (ma non lo è, potrei dover essere punito per qualche altro motivo), la seconda evidenzia che la regola

$$\frac{\textit{Se } A \textit{ allora } B \quad B}{A}$$

non è corretta.

Regole di inferenza a livello predicativo

Queste inferenze sono più complesse di quelle viste prima:

$$\frac{\textit{2 è minore di 5} \qquad \textit{Se un numero è minore di un altro, allora il secondo è maggiore del primo}}{\textit{5 è maggiore di 2}}$$

$$\frac{\textit{La retta r è perpendicolare alla retta s} \qquad \textit{Se una retta è perpendicolare a un'altra, la seconda interseca la prima}}{\textit{s interseca r}}$$

$$\frac{\textit{Maria è moglie di Aldo} \qquad \textit{Se una persona è moglie di un'altra, allora quest'ultima è marito della prima}}{\textit{Aldo è marito di Maria}}$$

Hanno la stessa forma logica.

Evidenziare la forma logica

$$\frac{\text{2 è minore di 5} \qquad \text{Se un numero è minore di un altro, allora il secondo è maggiore del primo}}{\text{5 è maggiore di 2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{Rab \qquad \text{per ogni due individui } x, y, \text{ se } Rxy \text{ allora } Syx}{Sba}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{Rab \qquad \forall x \forall y\, (Rxy \to Syx)}{Sba}$$

Evidenziare la forma logica

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{2 è minore di 5}\\ \textit{Se un numero è minore di un altro , allora il secondo è maggiore del primo}\end{array}}{\textit{5 è maggiore di 2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\begin{array}{c}R\ a\ b\\ \textit{per ogni due individui}\ x\ ,\ y\ ,\ \textit{se}\ R\ x\ y\ \textit{allora}\ S\ y\ x\end{array}}{S\ b\ a}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\begin{array}{c}Rab\\ \forall x \forall y (Rxy \rightarrow Syx)\end{array}}{Sba}$$

Evidenziare la forma logica

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{2 è minore di 5}\\ \textit{Se un numero è minore di un altro, allora il secondo è maggiore del primo}\end{array}}{\textit{5 è maggiore di 2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\begin{array}{c}R\ a\ b\\ \textit{per ogni due individui } x, y, \textit{ se } R\ x\ y \textit{ allora } S\ y\ x\end{array}}{S\ b\ a}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\begin{array}{c}Rab\\ \forall x \forall y\, (Rxy \to Syx)\end{array}}{Sba}$$

Un'altra regola di inferenza corretta

Un paio di esempi di inferenze corrette sono:

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è corso}\\ \textit{Tutti i corsi sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}} \qquad \frac{\begin{array}{c}\textit{Socrate è un uomo}\\ \textit{Tutti gli uomini sono mortali}\end{array}}{\textit{Socrate è mortale}}$$

che corrispondono alla regola

$$\frac{\begin{array}{c}Pa\\ \forall x(Px \to Qx)\end{array}}{Qa}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per i casi precedenti, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è francese}\\ \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è abruzzese}}$$

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è genovese}\\ \textit{Tutti i genovesi sono cinesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è cinese}}$$

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è londinese}\\ \textit{Tutti i londinesi sono inglesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è inglese}}$$

NON C'È

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è francese}\\ \textit{Tutti i francesi sono corsi}\end{array}}{\textit{Napoleone è corso}}$$

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è cinese}\\ \textit{Tutti i cinesi sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è parigino}\\ \textit{Tutti i parigini sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

$$\dfrac{\begin{array}{c}\textit{Napoleone è corso}\\ \textit{Tutti i corsi sono francesi}\end{array}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per i casi precedenti, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\textit{Napoleone è francese} \checkmark \quad \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi} ✗}{\textit{Napoleone è abruzzese} ✗}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è francese} \checkmark \quad \textit{Tutti i francesi sono corsi} ✗}{\textit{Napoleone è corso} \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è genovese} \quad \textit{Tutti i genovesi sono cinesi}}{\textit{Napoleone è cinese}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese} \quad \textit{Tutti i cinesi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è londinese} \quad \textit{Tutti i londinesi sono inglesi}}{\textit{Napoleone è inglese}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è parigino} \quad \textit{Tutti i parigini sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

NON C'È

$$\frac{\textit{Napoleone è corso} \quad \textit{Tutti i corsi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per i casi precedenti, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \qquad \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è abruzzese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \qquad \textit{Tutti i francesi sono corsi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è corso } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è genovese } \text{✗} \qquad \textit{Tutti i genovesi sono cinesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗} \qquad \textit{Tutti i cinesi sono francesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è francese } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è londinese} \qquad \textit{Tutti i londinesi sono inglesi}}{\textit{Napoleone è inglese}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è parigino} \qquad \textit{Tutti i parigini sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

NON C'È

$$\frac{\textit{Napoleone è corso} \qquad \textit{Tutti i corsi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per i casi precedenti, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \qquad \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è abruzzese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è francese } \checkmark \qquad \textit{Tutti i francesi sono corsi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è corso } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è genovese } \text{✗} \qquad \textit{Tutti i genovesi sono cinesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese } \text{✗} \qquad \textit{Tutti i cinesi sono francesi } \text{✗}}{\textit{Napoleone è francese } \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è londinese } \text{✗} \qquad \textit{Tutti i londinesi sono inglesi } \checkmark}{\textit{Napoleone è inglese } \text{✗}}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è parigino } \text{✗} \qquad \textit{Tutti i parigini sono francesi } \checkmark}{\textit{Napoleone è francese } \checkmark}$$

NON C'È

$$\frac{\textit{Napoleone è corso} \qquad \textit{Tutti i corsi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}}$$

Inferenze corrette e verità delle conclusioni

Come per i casi precedenti, bisogna distinguere tra correttezza dell'inferenza e verità della conclusione.

$$\frac{\textit{Napoleone è francese} \checkmark \qquad \textit{Tutti i francesi sono abruzzesi} ✗}{\textit{Napoleone è abruzzese} ✗}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è francese} \checkmark \qquad \textit{Tutti i francesi sono corsi} ✗}{\textit{Napoleone è corso} \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è genovese} ✗ \qquad \textit{Tutti i genovesi sono cinesi} ✗}{\textit{Napoleone è cinese} ✗}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese} ✗ \qquad \textit{Tutti i cinesi sono francesi} ✗}{\textit{Napoleone è francese} \checkmark}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è londinese} ✗ \qquad \textit{Tutti i londinesi sono inglesi} \checkmark}{\textit{Napoleone è inglese} ✗}$$

$$\frac{\textit{Napoleone è parigino} ✗ \qquad \textit{Tutti i parigini sono francesi} \checkmark}{\textit{Napoleone è francese} \checkmark}$$

NON C'È

$$\frac{\textit{Napoleone è corso} \checkmark \qquad \textit{Tutti i corsi sono francesi} \checkmark}{\textit{Napoleone è francese} \checkmark}$$

Ragionamenti e inferenze

Sebbene abbiamo detto che la logica è lo studio del ragionamento, noi preferiamo non usare questo termine, perché:

1. ci aspettiamo che le premesse di un ragionamento contengano delle motivazioni a sostegno di una verità. Considereremmo queste inferenze dei ragionamenti?

$$\frac{\textit{Napoleone è cinese} \quad \textit{Tutti i cinesi sono francesi}}{\textit{Napoleone è francese}} \qquad \frac{\textit{Carlo è ligure o Stefano è piemontese} \quad \textit{Stefano non è piemontese}}{\textit{Carlo è ligure}}$$

2. anche ignorando il punto di cui sopra, le inferenze colgono solo un tipo di ragionamento, chiamato ragionamento deduttivo. Ma ce n'è altri!

Altri tipi di ragionamento

Ragionamento induttivo

$$\frac{\textit{Tutti i corvi finora osservati sono neri}}{\textit{Tutti i corvi sono neri}}$$

Ragionamento abduttivo

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{L'assassino ha lasciato tracce di fango} \\ \textit{Chiunque fosse entrato dal giardino, avrebbe lasciato tracce di fango}\end{array}}{\textit{L'assassino è entrato dal giardino}}$$

Ragionamento per default (o per difetto)

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Normalmente i polacchi non sanno parlare italiano} \\ \textit{Karol è polacco}\end{array}}{\textit{Karol non sa parlare italiano}}$$

Inferenze e monotonia

Tutti i tipi di ragionamento visti pocanzi non sono monotoni: nuove premesse possono trasformare la conclusione del ragionamento.

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Normalmente i polacchi non sanno parlare italiano}\\ \textit{Karol è polacco}\\ \textit{Karol ha vissuto 20 anni in Italia}\\ \textit{Quasi sicuramente chi vive più di 10 anni in Italia sa parlare italiano}\end{array}}{\textit{Karol sa parlare italiano}}$$

Invece le inferenze (e i ragionamenti deduttivi) sono monotoni. Se aggiungo nuove premesse, l'inferenza rimane corretta.

Per questo l'inferenza è il meccanismo principale delle dimostrazioni matematiche.

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

$$\frac{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

Deduzione

$$\frac{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}\\ \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}\end{array}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

Deduzione

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}\\ \textit{Questi fagioli sono bianchi}\end{array}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

Induzione

$$\frac{\begin{array}{c}\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}\\ \textit{Questi fagioli sono bianchi}\end{array}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

L'esempio di Charles S. Peirce (1839-1914)

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}{\textit{Questi fagioli sono bianchi}}$$

Deduzione

$$\frac{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi}}$$

Induzione

$$\frac{\textit{Tutti i fagioli di questo sacchetto sono bianchi} \quad \textit{Questi fagioli sono bianchi}}{\textit{Questi fagioli vengono da questo sacchetto}}$$

Abduzione