

Matematica generale CLEII

Esercitazione del 13 dicembre 2017

Maurizio Parton

1. Dati gli insiemi $A = (-\infty, 2]$, $B = \{1, 2\}$ e $C = [0, 5)$, determinare:

- $(A \setminus C) \cup B$;
- $(A \setminus B) \cup C$;
- $(A \setminus B) \cap C$;
- $(C \setminus B) \cap A$.

2. Dato l'insieme $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tale che } z = x^2 + 2x + 1 + y^2\}$, dire se il punto $(1, 3, 5)$ appartiene a S .

3. Risolvere la disequazione $(x^2 + 2x - 8)(x + 1) > 0$.

4. Partendo dal grafico della funzione elementare $y = \ln(x)$, disegnare il grafico della funzione $f(x) = -(\ln(-x + 1) - 1)$ *senza fare lo studio di funzione*. Usare poi il grafico trovato per determinare *in maniera grafica* dominio e immagine di f .

5. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{x^4 - x^2 + 2}$$

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x}{x^4 - x^2 + 2}$$

7. Data la funzione $f(x) = xe^x$, calcolare il suo polinomio di Taylor di ordine 1 nel punto e .

8. Data la funzione $f(x) = x^2 + x$, calcolare il suo polinomio di Taylor di ordine 7 nel punto e .

9. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin(x)}$$

10. Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) := x^2 e^{x^2}$$

11. Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) := \begin{cases} x^2 e^{x^2} & \text{if } x > 0 \\ -x & \text{if } x \leq 0 \end{cases}$$

12. Trovare una funzione f la cui derivata f' è xe^{3x^2} .

13. Calcolare l'area delimitata dalla curva $y = xe^{3x^2}$, dall'asse x , e dalle rette verticali $x = 1$ e $x = 5$.

14. Calcolare $\int_{-5}^{-2} f(x) dx$, dove f è la funzione del punto (11).

15. Determinare i minimi e i massimi (locali e globali) sull'intervallo $(2, 103]$ della seguente funzione:

$$f(x) := \ln \sqrt{|x|}$$

16. Dire se $f(x) := 2 \ln \sqrt{|x|}$ assume il valore 1 nell'intervallo $[1, e^2]$.

17. Data $f(x)$ tramite il grafico in figura 1, determinare: (a) campo d'esistenza D ; (b) punti di accumulazione di D ; (c) punti di D in cui f è continua; (d) zeri; (e) intersezioni con gli assi; (f) segno; (g) punti di D in cui f è discontinua; (h) limiti; (i) asintoti; (j) punti stazionari; (k) monotonia; (l) estremi locali e globali; (m) tangenti destra e sinistra in 2; (n) punti di D in cui f non è derivabile; (o) punti di flesso.

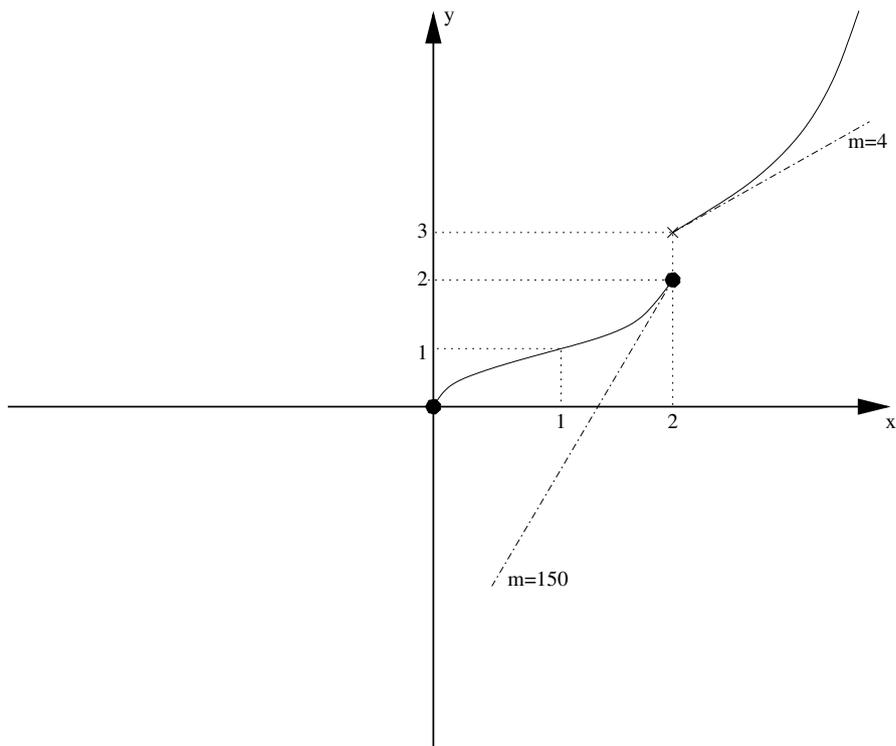


Figura 1: Da questo grafico, dedurre proprietà della funzione.

18. Si considerino il dominio in \mathbb{R}^2 dato da $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 3\}$ e la funzione

$$f(x, y) = e^{xy}$$

- Dire se esiste un massimo e/o un minimo assoluto di f sul bordo ∂D di D , ed eventualmente trovarli.
- Trovare i punti stazionari di f nei punti interni $\overset{\circ}{D}$ di D .
- Calcolare la matrice Hessiana $\mathcal{H}_f(0, 0)$ di f nel punto $(0, 0)$.
- Calcolare gli autovalori di $\mathcal{H}_f(0, 0)$.
- Usare (18c) per dire se $(0, 0)$ è un punto di massimo, di minimo o di sella, *senza usare gli autovalori*.
- Usare gli autovalori calcolati in (18d) per dire se $(0, 0)$ è un punto di massimo, di minimo o di sella.
- Usare (1), (2), (3) e (4) per calcolare i massimi e i minimi assoluti di f nel dominio D .