ECONOMETRIA: Laboratorio II

Luca De Angelis

CLASS - Università di Bologna

Programma Lab II

- Variabili dummy
- Vincoli Lineari
  - Funzione di produzione (Cobb-Douglas)
- Eteroschedasticità errori robusti di White

Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Variabili dummy

- Esempio (Pag. 157 del libro): il rendimento al tempo t del portafoglio i è funzione di una costante α e del rendimento del mercato $r_{m,t}$:

$$r_{i,t} = \alpha + \beta r_{m,t} + \epsilon_{i,t}$$

- Come valutare se il rendimento del titolo i è diverso nei vari giorni (settimane, mesi, ecc...) dell'anno?

$$r_{i,t} = \alpha_0 + \alpha_1 d_t + \beta r_{m,t} + \epsilon_{i,t}$$

Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Variabili dummy

- Valutiamo se il lunedì esercita una particolare influenza sull'intercetta:

$$\begin{aligned} r_{i,t} &= \alpha_{nl} + (\alpha_l - \alpha_{nl})\, d_t + \beta r_{m,t} + \epsilon_{i,t} \\ dove &: \quad d_t = \begin{matrix} \text{0 se il giorno } t \text{ è diverso da lunedì} \\ \text{1 se il giorno } t \text{ è uguale a lunedì} \end{matrix} \end{aligned}$$

- Su gretl per costruire dummy temporali: *Aggiungi - Dummy periodiche*

Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Variabili dummy

- In questo modo cosa rappresentano i coefficienti α_{nl} e $(\alpha_l - \alpha_{nl})$? Se la variabile dummy risultasse significativa che valore assumerebbe l'intercetta per il lunedì?
  - α_{nl} = intercetta nei giorni diversi da lunedì
  - $(\alpha_l - \alpha_{nl})$ = differenza dell'intercetta tra lunedì e gli altri giorni ($(\alpha_l - \alpha_{nl}) + \alpha_{nl} = \alpha_l$ è il valore dell'intercetta per il lunedì)

Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Variabili dummy

- Valutiamo se il lunedì esercita una particolare influenza sul coefficiente di regressione β:

$$
\begin{aligned}
r_{i,t} &= \alpha + (\beta_l - \beta_{nl})\, d_t r_{m,t} + \beta_{nl} r_{m,t} + \epsilon_{i,t} \\
dove &: d_t = \begin{array}{l} \text{0 se il giorno t è diverso da lunedì} \\ \text{1 se il giorno t è uguale a lunedì} \end{array}
\end{aligned}
$$

Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Variabili dummy

- In questo modo cosa rappresentano i coefficienti β_{nl} e $(\beta_l - \beta_{nl})$? Se la variabile dummy risultasse significativa quanto varrebbe il coefficiente di regressione per il lunedì?
  - β_{nl} = coefficiente di regressione nei giorni diversi da lunedì
  - $(\beta_l - \beta_{nl})$ = differenza del coefficiente di regressione tra lunedì e gli altri giorni ($(\beta_l - \beta_{nl}) + \beta_{nl} = \beta_l$ è il valore del coefficiente di regressione per il lunedì)

Capital Asset Pricing Model (CAMP)

Return - Log-return

- Considerate le due variabili dummy

$$d_{1,t} = \begin{array}{l} 0 \text{ se il giorno t è diverso da lunedì} \\ 1 \text{ se il giorno t è uguale a lunedì} \end{array}$$

$$d_{2,t} = \begin{array}{l} 1 \text{ se il giorno t è diverso da lunedì} \\ 0 \text{ se il giorno t è uguale a lunedì} \end{array}$$

- Cosa succede se volessi stimare un modello

$$r_{i,t} = \alpha + \alpha_{nl} d_{2,t} + \alpha_l d_{1,t} + \beta_1 r_{m,t} + \epsilon_{i,t}$$

- Problema di perfetta collinearità

Variabili dummy

Per riassumere

- Le variabili dummy possono essere utilizzate per valutare se uno o più coefficienti (e/o l'intercetta) si modificano al modificarsi di alcune differenti condizioni delle unità considerate (periodo di tempo differenti, posizioni geografiche diverse, altre condizioni...)
- Una variabile dummy d_t è definita:
  - $d_t = 1$ se vale una determinata condizione
  - $d_t = 0$ se non vale una determinata condizione
- Su gretl per costruire dummy temporali: *Aggiungi - Dummy periodiche*

Esercizio 2: Effetto lunedì

- Esercizio: valutare se è effettivamente presente un'effetto lunedì (nel libro a pag. 159 è riportato un esempio per valutare un effetto gennaio) nei rendimenti delle attività finanziarie. Provare con un titolo e un indice diversi da quelli già visti.

Funzione di Produzione: Cobb-Douglas

$$Y_t = AL_t^{\alpha} K_t^{\beta}$$

- K Capitale e L Lavoro.
- A: Produttività totale dei fattori (TFP)
- α e β sono le elasticità rispetto al K e L
- In logaritmi:

$$y_t = a + \alpha l_t + \beta k_t$$

Cobb-Douglas

Su Gretl...

- Caricare il dataset labour.xls, che contiene i dati che riguardano 569 imprese americane nell'anno 2010.
- Importare i dati in "Cross-Section"
- Aggiungere i logaritmi delle variabili Capital, Labour e Output
- Stimare i coefficienti della funzione di produzione attraverso gli OLS

Commento all'output del modello

- Quale è il valore dei coefficienti di regressione?
- Ci sono variabili non significative?
- Considerazioni sulla qualità dell'adattamento del modello ai dati.

Cobb-Douglas
Vincoli lineari

- Rendimenti di scala costanti: $\alpha + \beta = 1$
- Vincoli Ridondanti: $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}, \alpha + \beta = 1$

Vincoli Lineari con Gretl

- Output del modello: *Vincoli Lineari*
- Vincoli Lineari: *Specificare i vincoli*
- I parametri vanno indicati con *b*[*i*]

Eteroschedasticità

- Immaginiamo che il modello corretto sia:

$$\underset{n\times 1}{y} = \underset{n\times k}{X}\ \underset{k\times 1}{\beta} + \underset{n\times 1}{u}$$

$$E(u \mid X) = \underset{n\times 1}{0},\ E(uu' \mid X) := \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

- Assumiamo che l'econometrico stimi il modello utilizzando OLS, cosa succede?
- E' comunque corretto $\left(E\left(\hat{\beta}_{OLS}\right) = \beta\right)$ ma non è il più efficiente, quello con la varianza più bassa.

Stimatore OLS

In caso di omoschedasticità

- In caso di omoschedasticità:

$$
\begin{aligned}
\hat{\beta}_{OLS} &= \left(X'X\right)^{-1}\left(X'y\right) \\
E\left(\hat{\beta}_{OLS}\right) &= \beta \\
Var\left(\hat{\beta}_{OLS} \mid X\right) &= Var\left(\beta + (X'X)^{-1}X'u \mid X\right) \\
&= Var\left((X'X)^{-1}X'u \mid X\right) \\
&= (X'X)^{-1}X'\left(\sigma_u^2 I_n\right)X(X'X)^{-1} \\
&= \sigma_u^2 (X'X)^{-1}
\end{aligned}
$$

Stimatore OLS

In caso di eteroschedasticità

- In caso di eteroschedasticità:

$$
\begin{aligned}
\hat{\beta}_{OLS} &= \left(X'X\right)^{-1}\left(X'y\right) \\
E\left(\hat{\beta}_{OLS}\right) &= \beta \\
Var\left(\hat{\beta}_{OLS} \mid X\right) &= Var\left(\beta + (X'X)^{-1}X'u \mid X\right) \\
&= Var\left((X'X)^{-1}X'u \mid X\right) \\
&= (X'X)^{-1}X'\Sigma X(X'X)^{-1}
\end{aligned}
$$

Errori robusti di White

- L'econometrico americano White ha definito uno stimatore per tenere in considerazione questo problema:

$$
\begin{aligned}
Var\left(\hat{\beta}_{OLS} \mid X\right) &= (X'X)^{-1}X'\Sigma X(X'X)^{-1} \\
&= \left(\sum_{i=1}^{n} x_i x_i'\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} \hat{\epsilon}_i^2 x_i x_i'\right) \left(\sum_{i=1}^{n} x_i x_i'\right)^{-1}
\end{aligned}
$$

- Gli errori standard ottenuti utilizzando questa correzione per la varianza di β_{OLS} vengono definiti 'robusti'